

HENRIQUE FIRKOWSKI

# **GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA DE GRADES RETANGULARES REGULARES BASEADA NA TEORIA MATEMÁTICA DA COMUNICAÇÃO**

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ciências Geodésicas.

Orientador: Prof. Carlos Alberto Picanço  
de Carvalho  
Ph.D.

Co-orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Claudia Robbi  
Sluter

CURITIBA

2002

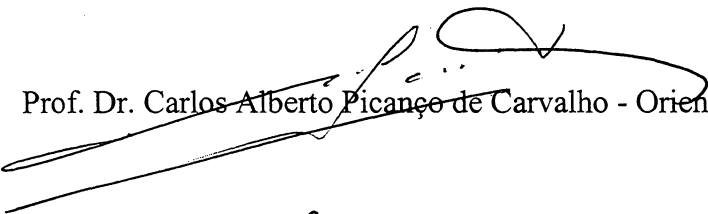
**“GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA DE GRADES  
RETANGULARES REGULARES BASEADA NA TEORIA  
MATEMÁTICA DA COMUNICAÇÃO”**

**POR**

**HENRIQUE FIRKOWSKI**

Tese nº 025 aprovada como requisito parcial do grau de Doutor no  
Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade  
Federal do Paraná, pela Comissão formada pelos professores:


Curitiba, 31 de julho de 2002.




Prof. Dr. Carlos Alberto Picanço de Carvalho - Orientador e Presidente (UFPR)



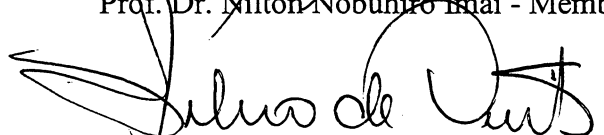
Prof. Dr. Luiz Alberto Vieira Dias – Membro (UNIVAP)



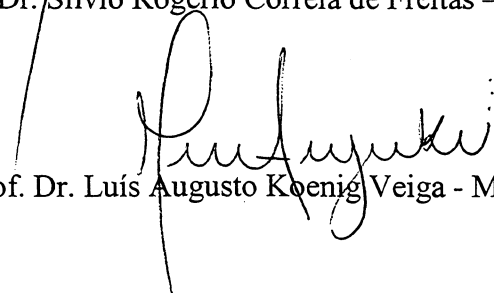
Prof. Dr. Hélio Pedrini - Membro (UFPR)



Prof. Dr. Milton Nobuhito Imai - Membro (UNESP)



Prof. Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas – Membro (UFPR)



Prof. Dr. Luís Augusto Koenig Veiga - Membro (UFPR)

## DEDICATÓRIA

Este trabalho é dedicado a minha esposa  
**Olga Lúcia** e aos meus filhos **Nicole** e **Marcel**,  
as minhas principais razões para persistir e prosseguir.

## AGRADECIMENTOS

Todo e qualquer trabalho sempre é resultado da colaboração de muitos. Desse modo gostaria de agradecer:

- Ao Prof. Orientador Carlos Alberto Picanço de Carvalho, pela orientação, caracterizada por relação de amizade e interesse, e pelo seu enorme entusiasmo próprio do bom pesquisador;
- À Prof<sup>ª</sup>. Co-Orientadora Claudia Robbi Sluter pela valiosa colaboração, pelo constante incentivo e interesse, e pela amizade;
- Ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná pela oportunidade e pelo crédito concedido;
- Ao Departamento de Geomática da UFPR pela concessão do afastamento parcial para a realização desta pós-graduação;
- Aos Colegas Antonio José Berutti Vieira e Luciene Stamato Delazari, que, juntamente com meus orientadores, formam o Grupo de Pesquisa em Cartografia e Sistemas de Informações Geográficas do CPGCG, pela possibilidade da troca de idéias e pelas produtivas discussões que envolvem Cartografia, oportunidades que valem muito;
- À minha esposa Olga Lúcia Castreghini de Freitas Firkowski e aos meus filhos Nicole de Freitas Firkowski e Marcel de Freitas Firkowski pelo necessário e importante apoio em casa;
- À minha mãe Halina Marcinowska por ter me proporcionado um bom início e prosseguimento na vida;
- À minha sogra Áurea O. Castreghini de Freitas, isso mesmo sogra, por dividir e suportar conosco o nosso dia a dia;
- À minha amiga, comadre e colega Dulce Machado Bueno pela disposição, incentivo e auxílio constantes, características dos bons amigos;
- Ao colega Pedro Luis Faggion pelo incentivo;
- Aos colegas do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas;
- Ao estudante do Curso de Engenharia Cartográfica Alessandro Dias pelas discussões computacionais;
- A todos os que direta ou indiretamente colaboraram para a realização deste trabalho; e
- A todos aqueles que diretamente ou indiretamente perguntaram com sincero interesse "*E aí, já terminou?*", ou "*E aí, já marcou a defesa?*".



## SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS .....	vii
LISTA DE FIGURAS .....	ix
RESUMO .....	xii
ABSTRACT .....	xiii
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA .....	3
1.2 OBJETIVO PROPOSTO.....	5
1.3 APRESENTAÇÃO DA ESTRUTURA DO TRABALHO .....	6
2 GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA .....	7
2.1 INTRODUÇÃO.....	7
2.2 ASPECTOS DA PESQUISA INTERNACIONAL E NACIONAL.....	11
2.3 MODELOS CONCEITUAIS .....	13
2.4 MODELO CONCEITUAL DE MCMASTER E SHEA .....	14
2.4.1 Objetivos Filosóficos ou <b>razões</b> para Generalizar.....	15
2.4.2 Avaliação Cartométrica ou <b>quando</b> Generalizar.....	18
2.4.3 Transformações Espaciais e de Atributos ou <b>como</b> Generalizar .....	21
2.5 GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA AUTOMATIZADA E A TEORIA MATEMÁTICA DA COMUNICAÇÃO.....	25
3 REPRESENTAÇÃO DA SUPERFÍCIE TOPOGRÁFICA .....	27
3.1 MÉTODO DA REDE TRIANGULAR IRREGULAR - TIN .....	30
3.2 MÉTODO DA GRADE RETANGULAR.....	31
3.3 A REPRESENTAÇÃO DA SUPERFÍCIE TOPOGRÁFICA E O CONCEITO DE ENTROPIA .....	33
4 TEORIA MATEMÁTICA DA COMUNICAÇÃO DE SHANNON.....	34
5 GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA DE GRADES RETANGULARES REGULARES COM A TEORIA MATEMÁTICA DA COMUNICAÇÃO .....	42
5.1 QUANTIDADE DE INFORMAÇÃO CARTOGRÁFICA, ESCALA DE REPRESENTAÇÃO E ENTROPIA .....	42
5.2 REQUISITOS PARA APLICAÇÃO DA TEORIA MATEMÁTICA DA COMUNICAÇÃO A UM MDT .....	46
5.3 CRITÉRIO DE CÁLCULO DA SIMILARIDADE .....	50
5.3.1 Número de Desníveis Similares .....	53
5.3.2 Soma dos Desníveis Similares.....	53
5.4 MÉTODO DA REMOÇÃO PROGRESSIVA .....	54
5.5 VARIAÇÃO NA ORIENTAÇÃO DAS LINHAS DA GRADE RETANGULAR REGULAR ....	56
5.6 MÉTODO DA REMOÇÃO PROGRESSIVA COM MANUTENÇÃO DA DECLIVIDADE .....	58
6 MATERIAIS UTILIZADOS E PREPARO DOS DADOS.....	60
6.1 DADOS .....	60
6.2 APLICATIVOS COMPUTACIONAIS .....	61
6.2.1 Coleta dos Dados.....	61
6.3 PREPARO DOS DADOS .....	64
6.3.1 Variação em Resolução .....	64
6.3.2 Variação em Orientação da Grade Retangular Regular.....	64
6.3.3 Segmentação da Região.....	65
6.4 PROCESSAMENTOS RELATIVOS À TMC.....	66
7 EXPERIMENTOS REALIZADOS.....	68
7.1 GRADES RETANGULARES REGULARES COM VARIAÇÃO DA TOLERÂNCIA EM DESNÍVEL .....	69
7.2 EXPERIMENTOS COM VARIAÇÃO NA ORIENTAÇÃO DAS SEÇÕES VERTICAIS .....	75
7.3 EXPERIMENTOS COM REMOÇÃO PROGRESSIVA .....	79
7.3.1 Experimentos com Grades Retangulares Regulares Totais .....	79
7.3.2 Experimentos com Grades Retangulares Regulares Derivadas <i>NE</i> , <i>NO</i> , <i>SE</i> e <i>SO</i> .....	95

7.4 EXPERIMENTOS COM GRADES RETANGULARES REGULARES TOTAIS E REMOÇÃO PROGRESSIVA COM CONTROLE DE DECLIVIDADE .....	109
7.4.1 Testes com Dados do Quadrante <i>NE</i> .....	111
7.4.2 Testes com Dados do Quadrante <i>SE</i> .....	114
7.4.3 Testes com Dados das Grades Totais .....	118
7.5 SÍNTESE DOS EXPERIMENTOS .....	123
8 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....	126
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	133
APÊNDICES .....	136

## LISTA DE TABELAS

TABELA 6.1 – RELATÓRIO PADRÃO DE PROCESSAMENTO DE UMA GRADE RETANGULAR REGULAR USANDO A TMC .....	67
TABELA 7.1 – RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DA GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 100M E SIMILARIDADE CALCULADA COM SOMA DE DESNÍVEIS .....	70
TABELA 7.2 – RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DA GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 500M E SIMILARIDADE CALCULADA COM SOMA DE DESNÍVEIS .....	70
TABELA 7.3 – RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DA GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 1000M E SIMILARIDADE CALCULADA COM SOMA DE DESNÍVEIS .....	70
TABELA 7.4 – RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DA GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 100M E SIMILARIDADE CALCULADA COM NÚMERO DE DESNÍVEIS .....	74
TABELA 7.5 – RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DA GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 500M E SIMILARIDADE CALCULADA COM NÚMERO DE DESNÍVEIS .....	74
TABELA 7.6 – RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DA GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 1000M E SIMILARIDADE CALCULADA COM NÚMERO DE DESNÍVEIS .....	74
TABELA 7.7 – NÚMERO DE SEÇÕES VERTICAIS NORMAIS REMOVIDAS PARA TODAS AS GRADES COM ROTAÇÃO PARA TOLERÂNCIA 10M .....	77
TABELA 7.8 – NÚMERO DE SEÇÕES VERTICAIS NORMAIS REMOVIDAS PARA TODAS AS GRADES COM ROTAÇÃO PARA TOLERÂNCIA 20M .....	78
TABELA 7.9 – NÚMERO DE SEÇÕES VERTICAIS NORMAIS REMOVIDAS PARA TODAS AS GRADES COM ROTAÇÃO PARA TOLERÂNCIA 60M .....	78
TABELA 7.10 - NÚMERO DE SEÇÕES REMOVIDAS (LINHAS E COLUNAS) PARA OS TESTES E COM TODAS AS REGIÕES TOTAIS COM VARIAÇÃO DA TOLERÂNCIA .....	80
TABELA 7.11 - NÚMERO DE FINAL DE LINHAS E COLUNAS PARA OS TESTE E COM TODAS AS REGIÕES TOTAIS COM VARIAÇÃO DA TOLERÂNCIA .....	80
TABELA 7.12 - NÚMERO DE ITERAÇÕES PARA OS TESTE COM TODAS AS REGIÕES TOTAIS COM VARIAÇÃO DE TOLERÂNCIAS .....	81
TABELA 7.13 - EQUIVOCAÇÃO $H(Y X)$ PARA AS SEÇÕES NORMAIS DE TODAS AS GRADES TOTAIS E COM VARIAÇÃO DA TOLERÂNCIA .....	82
TABELA 7.14 - INFORMAÇÃO ÚTIL $R$ PARA OS TESTES COM AS COLUNAS DE TODAS GRADES RETANGULARES TOTAIS E COM VARIAÇÃO DA TOLERÂNCIA .....	82
TABELA 7.15 - NÚMERO FINAL DE LINHAS E COLUNAS DO QUADRANTE <i>NE</i> APÓS A APLICAÇÃO DO PROCESSO DE REMOÇÃO PROGRESSIVA .....	96
TABELA 7.16 - NÚMERO FINAL DE LINHAS E COLUNAS DO QUADRANTE <i>SO</i> APÓS A APLICAÇÃO DO PROCESSO DE REMOÇÃO PROGRESSIVA .....	96
TABELA 7.17 - NÚMERO FINAL DE LINHAS E COLUNAS DO QUADRANTE <i>NO</i> APÓS A APLICAÇÃO DO PROCESSO DE REMOÇÃO PROGRESSIVA .....	97
TABELA 7.18 - NÚMERO FINAL DE LINHAS E COLUNAS DO QUADRANTE <i>SE</i> APÓS A APLICAÇÃO DO PROCESSO DE REMOÇÃO PROGRESSIVA .....	97
TABELA 7.19 - NÚMERO DE ITERAÇÕES PARA OS TESTES DAS SEÇÕES NORMAIS E TRANSNVERSAS DO QUADRANTE <i>NE</i> COM REMOÇÃO PROGRESSIVA .....	98
TABELA 7.20 - NÚMERO DE ITERAÇÕES PARA OS TESTES DAS SEÇÕES NORMAIS E TRANSPOSTAS COM REMOÇÃO PROGRESSIVA DO QUADRANTE <i>SO</i> .....	98
TABELA 7.21 - NÚMERO DE ITERAÇÕES PARA OS TESTES DAS SEÇÕES NORMAIS E TRANSPOSTAS COM REMOÇÃO PROGRESSIVA DO QUADRANTE <i>SE</i> .....	98

TABELA 7.22 - NÚMERO DE ITERAÇÕES PARA OS TESTES DAS SEÇÕES NORMAIS E TRANSPOSTAS E COM REMOÇÃO PROGRESSIVA DO QUADRANTE <i>NO</i> ...	99
TABELA 7.23 - VALOR DE EQUIVOCAÇÃO INICIAL E FINAL DAS COLUNAS PARA OS TESTES COM O QUADRANTE <i>NE</i> COM REMOÇÃO PROGRESSIVA.....	100
TABELA 7.24 - VALOR DE EQUIVOCAÇÃO INICIAL E FINAL DAS COLUNAS PARA OS TESTES COM O QUADRANTE <i>SO</i> COM REMOÇÃO PROGRESSIVA .....	100
TABELA 7.25 - VALOR DE EQUIVOCAÇÃO INICIAL E FINAL DAS COLUNAS PARA OS TESTES COM O QUADRANTE <i>SE</i> COM REMOÇÃO PROGRESSIVA.....	101
TABELA 7.26 - VALOR DE EQUIVOCAÇÃO INICIAL E FINAL DAS COLUNAS PARA OS TESTES COM O QUADRANTE <i>NO</i> COM REMOÇÃO PROGRESSIVA.....	101
TABELA 7.27 - VALOR DA INFORMAÇÃO ÚTIL INICIAL E FINAL DAS COLUNAS PARA OS TESTES COM O QUADRANTE <i>NE</i> COM REMOÇÃO PROGRESSIVA .....	102
TABELA 7.28 - VALOR DA INFORMAÇÃO ÚTIL INICIAL E FINAL DAS COLUNAS PARA OS TESTES COM O QUADRANTE <i>SO</i> COM REMOÇÃO PROGRESSIVA .....	102
TABELA 7.29 - VALOR DA INFORMAÇÃO ÚTIL INICIAL E FINAL DAS COLUNAS PARA OS TESTES COM O QUADRANTE <i>SE</i> COM REMOÇÃO PROGRESSIVA.....	102
TABELA 7.30 - VALOR DA INFORMAÇÃO ÚTIL INICIAL E FINAL DAS COLUNAS PARA OS TESTES COM O QUADRANTE <i>NO</i> COM REMOÇÃO PROGRESSIVA.....	102
TABELA 7.31 - VARIAÇÃO DA FREQUÊNCIA DAS DECLIVIDADES PARA PROCESSO ITERATIVO DE REMOÇÃO PROGRESSIVA.....	110
TABELA 7.32 - DADOS RELATIVOS AOS TESTES DO QUADRANTES <i>NE</i> COM REMOÇÃO PROGRESSIVA E CONTROLE DE SUAVIZAÇÃO POR VARIAÇÃO DE DECLIVIDADE .....	111
TABELA 7.33 - DADOS RELATIVOS AOS TESTES DO QUADRANTES <i>SE</i> COM REMOÇÃO PROGRESSIVA E CONTROLE DE SUAVIZAÇÃO POR VARIAÇÃO DE DECLIVIDADE .....	115
TABELA 7.34 - FREQUÊNCIA DAS CLASSES DE DECLIVIDADE PARA OS TESTES COM AS GRADES RETANGULARES DE RESOLUÇÃO <i>100M A 1000M</i> DO QUADRANTE <i>SE</i> .....	116
TABELA 7.35 - DADOS RELATIVOS AOS TESTES DAS REGIÕES TOTAIS COM REMOÇÃO PROGRESSIVA E CONTROLE DE VARIAÇÃO DE DECLIVIDADE.....	119

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1 - RELAÇÃO ENTRE ESCALA DE REPRESENTAÇÃO E MONTANTE DE INFORMAÇÃO PARA OS DADOS DE UMA REGIÃO .....	4
FIGURA 2.1 - ESTRUTURA DO MODELO CONCEITUAL DE MCMASTER E SHEA (1992) ....	15
FIGURA 2.2 - OBJETIVOS FILOSÓFICOS OU PORQUE GENERALIZAR.....	18
FIGURA 2.3 - AVALIAÇÃO CARTOMÉTRICA OU QUANDO GENERALIZAR.....	19
FIGURA 2.4 - CONDIÇÕES GEOMÉTRICAS QUE DEMANDAM GENERALIZAÇÃO .....	21
FIGURA 2.5 - TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS E DE ATRIBUTOS OU COMO GENERALIZAR .....	22
FIGURA 2.6 - POSSÍVEIS MUDANÇAS DE ESCALAS DE MEDIDA POR MEIO DE GENERALIZAÇÃO. ....	25
FIGURA 3.1 - MÉTODOS DE REPRESENTAÇÃO DA SUPERFÍCIE.....	29
FIGURA 3.2 - EXEMPLO DE REPRESENTAÇÃO DE SUPERFÍCIE PELO MÉTODO DA REDE IRREGULAR TRIANGULARIZADA – TIN .....	31
FIGURA 3.3 - MODELO DIGITAL DE TERRENO FORMADO POR $M \times N$ PONTOS, E RESOLUÇÕES $R_X$ E $R_Y$ AO LONGO DOS EIXOS $X$ E $Y$ . ....	32
FIGURA 4.1 - SISTEMA DE COMUNICAÇÃO DO PONTO DE VISTA DA TMC .....	35
FIGURA 4.2 - MATRIZES DE GRAUS DE SIMILARIDADE $\mu(Y,X)$ PARA 4 ELEMENTOS $(K, L, M, N)$ .....	37
FIGURA 5.1 - CARACTERÍSTICAS DE UMA GRADE RETANGULAR REGULAR DO PONTO DE VISTA DA TMC .....	43
FIGURA 5.2 - CARACTERÍSTICAS DE DUAS GRADES RETANGULARES REGULARES DO PONTO DE VISTA DA TMC .....	44
FIGURA 5.3 - DERIVAÇÃO DE UM MDT A PARTIR DE OUTRO .....	45
FIGURA 5.4 - APLICAÇÃO SUCESSIVA DO CRITÉRIO DE SIMILARIDADE E TOLERÂNCIA $T$ E A DA REDUÇÃO DE DADOS A UM MDT. ....	46
FIGURA 5.5 - APLICAÇÃO DE DIFERENTES VALORES DE TOLERÂNCIA PARA UMA FUNÇÃO DE SIMILARIDADE E DE UM MESMO CONJUNTO DE DADOS.....	47
FIGURA 5.6 - PONTOS HOMÓLOGOS DE DUAS SEÇÕES VERTICAIS PARALELAS DO TERRENO .....	48
FIGURA 5.7 - MDT DE UM PLANO HORIZONTAL .....	49
FIGURA 5.8 - GRADE RETANGULAR REGULAR DA SUPERFÍCIE DE UM CONE COM EIXO DE SIMETRIA NA POSIÇÃO VERTICAL .....	50
FIGURA 5.9 - VISUALIZAÇÃO DOS DESNÍVEIS ENTRE DUAS SEÇÕES PARA UMA TOLERÂNCIA $T_1$ QUE É MAIOR DO QUE TODOS OS DESNÍVEIS. ....	52
FIGURA 5.10 - VISUALIZAÇÃO DOS DESNÍVEIS ENTRE DUAS SEÇÕES PARA UMA TOLERÂNCIA $T_2$ .....	52
FIGURA 5.11 - VISUALIZAÇÃO DOS DESNÍVEIS ENTRE DUAS SEÇÕES PARA UM VALOR DE TOLERÂNCIA $T_3$ . ....	52
FIGURA 5.12 - MALHAS RETANGULARES: A) ANTES DA GENERALIZAÇÃO E B) APÓS A GENERALIZAÇÃO.....	55
FIGURA 5.13 – SEÇÕES VERTICAIS DO TERRENO SEM ROTAÇÃO E COM ROTAÇÃO .....	57
FIGURA 5.14 - MALHA RETANGULAR REGULAR COM LIMITE CIRCULAR.....	57
FIGURA 6.1 - REGIÃO DE ESTUDO.....	60
FIGURA 6.2 – FLUXO DOS DADOS NA FASE DE COLETA E PREPARO .....	61
FIGURA 6.3 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA ORGANIZAÇÃO DE DADOS NO ARQUIVO ASCII EXPORTADO DO GEOTERRAIN.....	62
FIGURA 6.4 - CONTORNOS DAS REGIÕES DESCRITAS POR QUADRILÁTEROS DE UM ARQUIVO ASCII DE EXPORTAÇÃO DO GEOTERRAIN .....	63
FIGURA 6.5 – COORDENADAS $X$ , $Y$ E $Z$ PARA USO NO AMBIENTE MATLAB.....	63
FIGURA 6.6 - DESMEMBRAMENTO DE UMA REGIÃO TOTAL EM QUADRANTES.....	66

FIGURA 7.1 - CURVAS DE ENTROPIA $H(Y)$ , EQUIVOCAÇÃO $H(Y X)$ E INFORMAÇÃO ÚTIL $R$ PARA GRADE DE RESOLUÇÃO 100M, COM SOMA DE DESNÍVEIS .....	72
FIGURA 7.2 - CURVAS DE ENTROPIA $H(Y)$ , EQUIVOCAÇÃO $H(Y X)$ E INFORMAÇÃO ÚTIL $R$ PARA GRADE DE RESOLUÇÃO 500M, COM SOMA DE DESNÍVEIS .....	73
FIGURA 7.3 - CURVAS DE ENTROPIA $H(Y)$ , EQUIVOCAÇÃO $H(Y X)$ E INFORMAÇÃO ÚTIL $R$ PARA GRADE DE RESOLUÇÃO 1000M, COM SOMA DE DESNÍVEIS .....	73
FIGURA 7.4 - GRADES RETANGULARES REGULARES AFETADAS DE ROTAÇÃO E COM CONTOURNO CIRCULAR.....	76
FIGURA 7.5 - MALHA DE LINHAS E COLUNAS QUE PERMANECEM APÓS A APLICAÇÃO DO PROCESSO DE REMOÇÃO PROGRESSIVA A UMA MALHA DE RESOLUÇÃO 200M E TOLERÂNCIA 30M .....	84
FIGURA 7.6 - MALHA DE LINHAS E COLUNAS QUE PERMANECEM APÓS A APLICAÇÃO DO PROCESSO DE REMOÇÃO PROGRESSIVA A UMA MALHA DE RESOLUÇÃO 250M E TOLERÂNCIA 10M .....	85
FIGURA 7.7 - MALHA DE LINHAS E COLUNAS QUE PERMANECEM APÓS A APLICAÇÃO DO PROCESSO DE REMOÇÃO PROGRESSIVA A UMA MALHA DE RESOLUÇÃO 500M E TOLERÂNCIA 30M .....	85
FIGURA 7.8 - CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS DA GRADE RETANGULAR REGULAR COM INTERVALO DE 100M .....	86
FIGURA 7.9 - CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS DA GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 100M COM INTERVALO DE 200M .....	87
FIGURA 7.10 - CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS DA GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 200M COM INTERVALO DE 100M E TOLERÂNCIA 30M.....	87
FIGURA 7.11 - CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS DA GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 500M COM INTERVALO DE 100M E TOLERÂNCIA 30M .....	88
FIGURA 7.12 - CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS DA GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 1000M COM INTERVALO DE 100M E TOLERÂNCIA 80M .....	89
FIGURA 7.13 - SUPERFÍCIE COM RESOLUÇÃO 250M ORIGINAL .....	90
FIGURA 7.14 - SUPERFÍCIE COM RESOLUÇÃO 500M ORIGINAL .....	90
FIGURA 7.15 - SUPERFÍCIE COM RESOLUÇÃO 1000M ORIGINAL .....	91
FIGURA 7.16 - SUPERFÍCIE COM RESOLUÇÃO 250M E TOLERÂNCIA 30M.....	92
FIGURA 7.17 - SUPERFÍCIE COM RESOLUÇÃO 500M E TOLERÂNCIA 30M.....	92
FIGURA 7.18 - SUPERFÍCIE COM RESOLUÇÃO 1000M E TOLERÂNCIA 30M.....	93
FIGURA 7.19 - SUPERFÍCIE COM RESOLUÇÃO 250M E TOLERÂNCIA 80M.....	94
FIGURA 7.20 - SUPERFÍCIE COM RESOLUÇÃO 500M E TOLERÂNCIA 80M.....	94
FIGURA 7.21 - SUPERFÍCIE COM RESOLUÇÃO 1000M E TOLERÂNCIA 80M.....	95
FIGURA 7.22 - GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 100M QUADRANTE NE ORIGINAL .....	105
FIGURA 7.23 - GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 100M QUADRANTE NE TOLERÂNCIA 10M.....	105
FIGURA 7.24 - GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 100M QUADRANTE NE TOLERÂNCIA 30M.....	105
FIGURA 7.25 - GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 250M QUADRANTE NE ORIGINAL .....	106
FIGURA 7.26 - GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 250M QUADRANTE NE TOLERÂNCIA 30M.....	106
FIGURA 7.27 - GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 250M QUADRANTE NE TOLERÂNCIA 40M.....	106
FIGURA 7.28 - GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 100M QUADRANTE SE ORIGINAL .....	107
FIGURA 7.29 - GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 100M QUADRANTE SE TOLERÂNCIA 10M.....	107

FIGURA 7.30 - GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 100M QUADRANTE SE TOLERÂNCIA 30M.....	107
FIGURA 7.31 - GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 250M QUADRANTE SE ORIGINAL .....	108
FIGURA 7.32 - GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 250M QUADRANTE SE TOLERÂNCIA 10M.....	108
FIGURA 7.33 - GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 250M QUADRANTE SE TOLERÂNCIA 30M.....	108
FIGURA 7.34 - REPRESENTAÇÕES DA SUPERFÍCIE ORIGINAL E DAS CURVAS DE NÍVEL PARA A RESOLUÇÃO DE 250M DO QUADRANTE NE .....	112
FIGURA 7.35 - REPRESENTAÇÕES DA SUPERFÍCIE E DAS CURVAS DE NÍVEL PARA A RESOLUÇÃO DE 250M DO QUADRANTE NE ITERAÇÃO 2 .....	113
FIGURA 7.36 - REPRESENTAÇÕES DA SUPERFÍCIE E DAS CURVAS DE NÍVEL PARA A RESOLUÇÃO DE 250M DO QUADRANTE NE ITERAÇÃO 2 .....	114
FIGURA 7.37 - SUPERFÍCIE ORIGINAL DO QUADRANTE SE E CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS PARA A RESOLUÇÃO 100M .....	116
FIGURA 7.38 - SUPERFÍCIE DO QUADRANTE SE DERIVADA DE SUPERFÍCIE RECONSTITUÍDA E CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS PARA A RESOLUÇÃO ORIGINAL DE 100M .....	117
FIGURA 7.39 - SUPERFÍCIE ORIGINAL DO QUADRANTE SE E CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS PARA A RESOLUÇÃO 750M.....	118
FIGURA 7.40 - SUPERFÍCIE DO QUADRANTE SE DERIVADA DE SUPERFÍCIE RECONSTITUÍDA E CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS PARA A RESOLUÇÃO ORIGINAL DE 750M .....	118
FIGURA 7.41 - SUPERFÍCIE E CURVAS E NÍVEL DERIVADAS DE GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 250M.....	120
FIGURA 7.42 - SUPERFÍCIE E CURVAS E NÍVEL DERIVADAS DE GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 250M ITERAÇÃO 1.....	120
FIGURA 7.43 - SUPERFÍCIE E CURVAS E NÍVEL DERIVADAS DE GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 250M ITERAÇÃO 4 .....	120
FIGURA 7.44 - SUPERFÍCIE E CURVAS E NÍVEL DERIVADAS DE GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 750M.....	121
FIGURA 7.45 - SUPERFÍCIE E CURVAS E NÍVEL DERIVADAS DE GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 750M ITERAÇÃO 1 .....	122
FIGURA 7.46 - SUPERFÍCIE E CURVAS E NÍVEL DERIVADAS DE GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 750M ITERAÇÃO 4 .....	122

## RESUMO

Nesta Tese apresenta-se uma proposta para realizar generalização cartográfica da superfície topográfica representada pelo método da grade retangular regular. A proposição do método de generalização é baseada na Teoria Matemática da Comunicação de Shannon - TMC. Para aplicar a TMC é necessário identificar uma fonte de dados e expressar conceito de similaridade por meio de uma função. Os dados da representação da superfície são tratados como seções verticais do terreno com orientação paralela aos X e Y. As seções verticais paralelas do terreno são consideradas como os eventos aos quais se atribui probabilidades iniciais. Estes eventos são avaliados por uma função com objetivo de detectar similaridades entre eles. Quando são detectadas similaridades entre os eventos a transmissão da informação é prejudicada. O prejuízo da comunicação é tanto maior quanto maior for a ocorrência de similaridades. O valor de similaridade entre dois eventos pode assumir qualquer valor no intervalo  $[0,1]$ . A existência de similaridades entre os dados incorre em equivocação, isto é, pode haver engano ao interpretar a resposta da comunicação. A existência de equivocação implica em redução da informação útil que se pode obter do sistema de comunicação. Em termos de representação da superfície topográfica, a função de similaridade proposta atua sobre os dados das seções verticais paralelas do terreno. Quando o desnível entre pontos pertencentes a duas seções verticais paralelas do terreno for menor do que um valor de tolerância então pode haver similaridade entre as duas seções. A ocorrência de pares de seções similares pode indicar que a representação da superfície pode ser realizada sem que se use uma das duas seções similares. O procedimento de detecção de similaridades é aplicado de forma iterativa e aquelas seções consideradas similares podem ser excluídas do conjunto de seções. O resultado da remoção de seções é uma grade retangular irregular que contém apenas os pontos necessários à representação da superfície considerando o critério de similaridade expresso na função de similaridade. São realizados testes com regiões de relevo com diferentes comportamentos, e com variação na orientação da grade retangular. A declividade média da região tem relação com a tolerância para o desnível que é usado na função de similaridade. Os testes realizados mostram que o processo de remoção de seções verticais paralelas do terreno pode ser aplicado à generalização cartográfica de representações da superfície por grades retangulares regulares.



## ABSTRACT

This Thesis presents a topographic surface generalization method for the surfaces represented as a regular rectangular grid. The proposition is based on Shannon's Mathematical Theory of Communication - MTC. The application of this theory requires the identification of a data source as well as the expression of a similarity concept to be used on that data. The grid data is considered as vertical terrain sections parallel to the X and Y axes. For the purpose of the MTC these vertical terrain sections are considered to be events and thus can have probability values associated. These events are evaluated by a similarity function. In the case of presence of similarity among a pair of vertical terrain sections the communication process can be affected. The similarity value a pair of vertical terrain sections can assume is defined in  $[0,1]$  interval. The presence of similarities among events implies in equivocation, that is, it can result in misunderstanding of received information. An increment in the occurrence of similarities results in increment to the equivocation value. Equivocation implies in reduction of useful information the system can transmit. In terms of topographic surface representation, the similarity function acts on the vertical terrain sections. When the difference between two altitudes of two parallel vertical terrain sections is lower than a tolerance value then these points can contribute to the similarity value of that pair of sections. The existence of similar pairs of vertical terrain sections allows to suppose that one of them can be discarded for the purpose of surface representation. The detection of similarities can be applied iteratively and the similar sections can be excluded from the data set. The result is a rectangular irregular grid data set that contains the points needed to represent the surface taking in account the criteria expressed by the similarity function. Different surfaces and different grid orientation are tested. The mean slope of the rectangular regular grid has relation to the tolerance value for similarity function. The tests showed that the iterative removing section process can be used as cartographic generalization process for rectangular regular grids.

## 1 INTRODUÇÃO

A passagem da Cartografia para o estágio tecnológico denominado digital forçou a formalização de processos para a automatização da produção, da utilização e da disponibilização de dados cartográficos em ambiente computacional. A generalização cartográfica é um dos processos que deve ter seus procedimentos formalizados para permitir sua expressão no ambiente computacional da cartografia digital. Na cartografia digital, o armazenamento, o processamento e a visualização de dados existem de forma distinta. Isto quer dizer que os dados estão organizados numa estrutura de dados que tem uma forma própria de ser administrada, e portanto, a sua utilização e visualização requer algum tipo de processamento. A estruturação dos dados cartográficos numa base de dados impõe alguns limites de seu uso em termos de tipos de informação que deles pode ser extraída e como a visualização pode ser realizada.

Na Cartografia Convencional, uma visualização é obtida pela geração de uma imagem estática. Todos os dados relativos à região representada estão apresentados graficamente no mapa. Na Cartografia Digital, os dados são organizados tendo por base alguma visão sistêmica; existe a possibilidade de realizar a seleção dos dados para gerar uma visualização. Os sistemas computacionais (programas e equipamentos), admitem certas manipulações que se refletem em termos visuais como ampliações e reduções de imagem. Do ponto de vista conceitual, as visualizações ampliadas numa tela de computador devem ter seu limite de ampliação determinado pela precisão da coleta de dados. Segundo o mesmo ponto de vista conceitual, as reduções produzidas numa tela de computador devem atender aos preceitos da comunicação cartográfica que são: legibilidade, clareza, conteúdo e hierarquia de informação. A realização de visualizações de dados em escala menor do que aquela para a qual os dados foram coletados produz, dentre outros, o efeito de aproximação dos símbolos cartográficos, o que prejudica a comunicação cartográfica por tornar a imagem sobrecarregada.

A generalização cartográfica se constitui num conjunto de conceitos e processos voltados para a detecção e tratamento dos problemas oriundos da redução de escala a que os dados podem estar sujeitos ao se produzir uma visualização. As reduções de bases de dados também podem ser tratadas como generalizações de dados de cartografia sem que haja, necessariamente, uma componente de visualização.

Da formalização do conhecimento acerca da generalização cartográfica surgiram modelos conceituais. O modelo conceitual de generalização cartográfica proposto por McMaster e Shea (MCMASTER e SHEA, 1992) é o mais aceito e o mais atual, pelo fato de ter sido proposto sob a consideração de que a Cartografia se encontra no estágio digital.

A Cartografia se caracteriza como uma ciência voltada à comunicação de informação georreferenciada. A classificação e a seleção da informação a ser veiculada como produto do processo cartográfico se constitui no controle da quantidade de informação a ser transmitida, de modo que do processo cartográfico resulte numa representação adequada ao propósito que motivou a sua produção. O volume de informação deve ser adequado ao propósito da representação. Este aspecto é importante pois dados desnecessários ocupam espaço de armazenamento e demandam gerenciamento. Apesar dos avanços tecnológicos que se pode perceber nos sistemas computacionais, em termos de capacidade de processamento e de armazenamento, as demandas por armazenamento, processamento e transmissão crescem paralelamente; os avanços são satisfatórios por curtos períodos de tempo e as reduções em volume de dados, em geral, são necessárias. A Teoria Matemática da Comunicação - TMC, ou Teoria da Comunicação de Shannon, se mostra como uma ferramenta capaz de auxiliar na realização da redução de volume de dados de uma representação preservando a quantidade de informação que os dados contêm. Na TMC se estabelece um sistema de comunicação onde existem informação transmitida e informação recebida. A recepção de informação similar significa comunicação deficiente, e a recepção de informação dissimilar significa comunicação mais eficiente. Um sistema de comunicação será tanto mais eficiente quanto menor for a ocorrência de similaridades. A determinação da similaridade a que os elementos de um sistema de comunicação estão sujeitos é

realizada por uma função de similaridade. A eficiência de um sistema de comunicação pode ser medida por meio da informação útil que é afetada pela ocorrência de similaridades. A determinação da similaridade entre os dados de um sistema de comunicação é realizada usando os próprios dados comunicados e uma função de similaridade.

### 1.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Modelagem digital do terreno se constitui na operação de determinação das coordenadas tridimensionais de posições amostrais discretas da superfície terrestre capazes de tornar possível a obtenção do valor da altitude em outras posições da mesma superfície por interpolação. O resultado da modelagem digital do terreno é um Modelo Digital do Terreno - MDT, composto por um conjunto de coordenadas tridimensionais, pelo conhecimento da organização deste conjunto de coordenadas, e por um interpolador. A determinação da altitude de um ponto qualquer cujas coordenadas planas estejam contidas no limite planimétrico da superfície é realizada por meio de uma operação de interpolação. A operação de interpolação faz uso de valores altimétricos pertencentes a um conjunto de pontos tridimensionais cujas posições planimétricas definem uma determinada vizinhança.

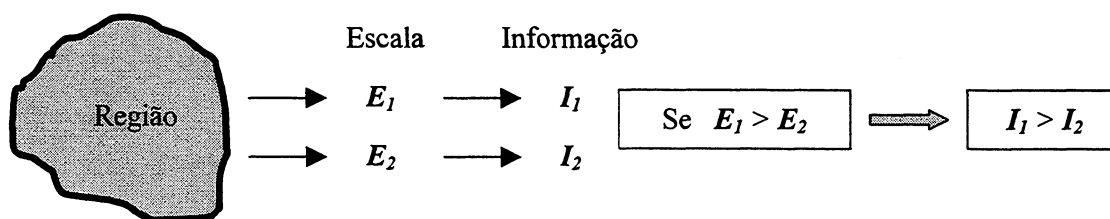
A resolução do MDT condiciona o detalhamento da representação da superfície. Para uma região qualquer, o detalhamento da sua representação está em razão direta com a resolução. Assim, quanto maior for a resolução do MDT, maior será o detalhamento da representação da superfície. Maior resolução implica amostragem mais densa, ou seja, implica em maior número de posições amostrais, ou o que é o mesmo, maior proximidade entre as posições amostrais.

A associação do valor da escala à determinação da resolução de um MDT implica numa redução da resolução com uma redução de escala. Desse modo, quanto maior for a escala de representação maior será a resolução de um MDT e maior será a densidade de pontos amostrais. Dados dois MDT de uma mesma região, terá maior resolução aquele que contiver a representação dos menores desníveis. Um MDT pode conter dados redundantes se destinado à representação da superfície em uma escala  $E_1$  e pode ser insuficiente para representar a superfície em outra escala  $E_2$ . Neste caso é

verdadeira a relação entre escalas  $E_1 < E_2$ . A mudança de uma escala de representação para outra pode implicar na realização da generalização cartográfica.

A consideração de que um conjunto de dados tem um montante de informação permite dizer que num conjunto de dados apropriados para uma escala  $E_1$  há um montante de informação  $I_1$ . O mesmo pode ser dito acerca de um conjunto de dados apropriados para representação numa escala  $E_2$  com a quantidade de informação  $I_2$ . Se a mesma região está representada em duas escalas e a relação  $E_1 > E_2$  for verdadeira, então a relação  $I_1 > I_2$  se verifica entre os conjuntos de dados, (Fig. 1.1). Pode-se considerar a variação do montante de informação entre as duas escalas como perda de informação. De acordo com o método de aplicação dos conceitos de entropia, similaridade, equivocação e informação útil da TMC, na forma como foram sistematizados por Bjorke (BJORKE ,1996), esta teoria pode ser aplicada à Cartografia.

FIGURA 1.1 - RELAÇÃO ENTRE ESCALA DE REPRESENTAÇÃO E MONTANTE DE INFORMAÇÃO PARA OS DADOS DE UMA REGIÃO



Esta Tese trata da generalização da representação da superfície topográfica por meio de grades retangulares regulares mediante a aplicação dos conceitos de entropia, similaridade, equivocação e informação útil da TMC. A partir de uma grade retangular regular realiza-se a remoção de seções verticais de terreno a partir da detecção de um grau de similaridade entre pares de seções. A consideração de que um par de seções verticais paralelas do terreno mantém algum grau de similaridade pode indicar que uma delas pode ser removida do conjunto de dados necessário para representar a superfície sem que haja prejuízo da representação. Uma redução de volume de dados tem implicações no volume de armazenamento e no tempo de processamento e de transmissão de dados, embora possa resultar em perda de informação.

## 1.2 OBJETIVO PROPOSTO

Nesta Tese aplica-se a TMC ao problema de generalização de representação da superfície topográfica por meio de grade retangular regular. A superfície é considerada como composta por seções verticais paralelas do terreno e o relacionamento entre desníveis entre pontos de duas seções verticais paralelas do terreno. Utilizando-se o desnível entre pontos pertencentes a duas seções verticais determina-se o grau de similaridade entre estas duas seções. A avaliação do grau de similaridade que duas seções apresentam permite decidir acerca de sua relevância na representação da superfície. Para a realização deste trabalho a similaridade entre um par de pontos menor do que 0,05 é considerado como dissimilar, isto é, é tornado igual a zero. Desse modo, um par de seções pode ser considerado similar e pode-se considerar que uma destas seções é desnecessária para a representação da superfície. Por outro lado, quando o desnível entre os pontos de duas seções verticais paralelas do terreno for acentuado, considera-se que ambas as seções são importantes para a representação da superfície. A caracterização do que são desnível pequeno e desnível grande deve ser feita com base na escala de representação. O mesmo pode ser dito para a avaliação das declividades das faces do MDT.

Como objetivos propostos com a realização desta Tese tem-se:

- Verificar a aplicabilidade dos conceitos de entropia, similaridade, equivocação e informação útil da TMC ao problema da representação da superfície topográfica por meio de grades retangulares regulares;
- Avaliar o relacionamento da orientação da grade com a quantidade de dados necessários para representar uma superfície por meio de uma grade retangular regular, usando os conceitos da TMC;
- Realizar a remoção de seções verticais paralelas do terreno tendo por base um conceito de similaridade proposto e usado na aplicação da TMC; e
- Aplicar a TMC para a redução de volume de dados de uma representação de superfície por meio de grade retangular regular como operador de generalização cartográfica.

### 1.3 APRESENTAÇÃO DA ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em 8 capítulos. O primeiro capítulo consta da presente introdução ao problema de generalização de uma representação da superfície topográfica usando conceitos da TMC. No segundo capítulo apresentam-se os modelos conceituais de generalização cartográfica, o modelo de McMaster e Shea (MCMASTER e SHEA, 1992) e por fim o relacionamento que se pode observar entre generalização e TMC. No terceiro capítulo aborda-se a representação da superfície topográfica com ênfase em malhas regulares. No quarto capítulo trata-se dos conceitos de entropia, similaridade, equivocação e informação útil da Teoria Matemática da Comunicação propriamente dita, explicitando o conceito de entropia, similaridade, equivocação e informação útil e seu relacionamento com a Cartografia. Os capítulos 2, 3 e 4 formam a parte de revisão da literatura. A proposição da Tese é apresentada no Capítulo 5, onde o problema é definido e as soluções mostradas. Os materiais utilizados são apresentados no Capítulo 6. No sétimo capítulo são descritos os experimentos e as análises realizadas. No oitavo capítulo são apresentadas as conclusões e recomendações. Nos Apêndices são apresentados o processo de rotação de uma grade retangular regular, o processo de interpolação de superfícies proposto por Doytsher e Hall (DOYTSSHER e HALL, 1997), o cálculo da declividade de uma face da grade retangular regular e, por fim, são apresentados alguns resultados dos processamentos.

## 2 GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA

### 2.1 INTRODUÇÃO

Tanto na Cartografia convencional quanto na Cartografia Digital há demanda por operações de combinação de dados de fontes diferentes, com vistas à geração de produtos em escalas diferentes daquela para as quais os dados foram coletados. A mudança de escala ou a mescla de dados cartográficos em escalas diferentes leva à generalização cartográfica, que ocorre de modo distinto na cartografia convencional e na cartografia digital. Quando realiza a generalização manual, o cartógrafo aplica sua experiência e seu conhecimento geográfico acerca do significado das feições presentes no mapa original, bem como dos relacionamentos de hierarquia e interdependência, e determina a maneira como serão representados na nova escala. Por fim, realiza as modificações (SSC, 1979). A operação de generalização manual de cartas topográficas é tarefa de tamanha complexidade que pode ser expressa com a frase atribuída a E. von Sydow "*Somente Ele, que tem domínio sobre a matéria e pode fazer com as mãos o que a mente deseja, está habilitado a generalizar de forma correta*" (SSC, 1979).

Segundo KEATES (1989), as operações realizadas sobre produtos cartográficos e consideradas generalização cartográfica são: a *omissão seletiva*; a *simplificação*; o *exagero*; e o *deslocamento*. A omissão seletiva é a determinação dos objetos do mundo real que deverão ser representados no mapa. A simplificação consiste da redução de detalhe de feições individuais ou de grupos de feições similares. O exagero é conseqüente da simbolização com intuito de mostrar a importância de determinada feição ou objeto, mesmo que isso signifique a perda da relação espacial entre a representação, a escala e a feição real. O deslocamento é uma operação que surge da necessidade de representar um determinado conjunto de feições ou objetos e o espaço a eles destinado no mapa não os comporta. A solução para acomodá-los requer que suas posições geográficas sejam alteradas para permitir a sua representação. Estas operações envolvem as componentes sintática e semântica de um mapa.



Existem quatro fatores que afetam a realização de generalização. Dois destes fatores são objetivos, e dois são subjetivos. Como fatores objetivos de influência sobre a generalização cartográfica estão a *escala* e os *requisitos gráficos*. Os fatores subjetivos são a *característica* e a *importância* das feições. A escala interfere no processo de generalização porque determina o espaço disponível para a representação. Os requisitos gráficos estão relacionados com a legibilidade daquilo que deverá ser representado considerando a escala escolhida. Algumas feições que são importantes devem ser exageradas, embora tenham dimensões reais tais que quando se aplica à escala de representação resultem em dimensões gráficas situadas abaixo do poder de representação de dispositivos gráficos. As feições podem apresentar comportamento característico que deverá ser mantido após a generalização. Pode-se citar como exemplos as ferrovias, os rios meândricos e as áreas densamente povoadas (KEATES, 1989).

Os ambientes computacionais se caracterizam por oferecer flexibilidade e velocidade na manipulação dos dados. Na realização da Cartografia Digital são expressas no ambiente computacional todas as operações necessárias para a geração de produtos cartográficos. A adoção da Cartografia Digital modificou a forma de se produzir mapas, e também a forma como os dados presentes numa base cartográfica podem ser acessados. A generalização no meio digital é realizada com base em operações de transformações estatísticas e operações geométricas. MCMASTER e SHEA (1992, p. 3) propõem um conceito de generalização adequado à Cartografia Digital: "a generalização digital pode ser definida como os processos de derivar um conjunto de dados cartográficos simbolicamente ou digitalmente codificados pela aplicação de transformações espaciais e de atributos a uma fonte de dados". Neste conceito, os autores enfocam a derivação de dados a partir de outros dados por meio de transformações. Na Cartografia Convencional pode-se dizer que a generalização é realizada pela manipulação de imagens gráficas (pontos, linhas e áreas), e na cartografia digital a generalização é realizada pela '*manipulação computacional*' da representação digital de feições cartográficas.

Segundo Muller (1995), os problemas decorrentes da adoção da Cartografia Digital como tecnologia de produção cartográfica ou como tecnologia de manutenção de acervo cartográfico, são mais complexos comparativamente à cartografia convencional. A razão para isso é a exigência de maior grau de abstração no uso de dados armazenados em meio digital. Para que ocorra qualquer interação do usuário com as feições presentes na representação digital são realizadas operações de busca e processamento de dados. O mesmo nível de complexidade está envolvido na realização da generalização em meio digital.

A organização dos dados no ambiente computacional determina o uso que se pode dar a estes dados, e como consequência a generalização em ambiente computacional também está limitada às operações impostas pela organização dos dados. A esta organização de dados se dá o nome de modelo de dados lógico. Um modelo de dados lógico é implementado por meio de uma linguagem de programação. Um aspecto central ao problema da generalização em ambiente computacional está no modelo de dados utilizado para a representação das feições e de seus atributos.

A generalização cartográfica é uma tarefa fundamental e uma das tarefas mais difíceis de automatizar. Para JONES (1997), a razão para isto é que um mapa é uma representação simbólica elaborada do mundo, e a simbologia empregada considera o propósito do mapa, sua escala e os elementos nele representados.

A abordagem que se deu ao tema generalização cartográfica inicia-se pela apresentação das razões que justificam a aplicação de generalização conforme MULLER (1995), apresentação de modelos conceituais propostos, e finalmente abordando um modelo de McMaster e Shea, citado por KRAAK e ORMELING<sup>1</sup> (1998), como tendo sido desenvolvido explicitamente para Cartografia Digital.

A generalização foi mostrada como uma necessidade surgida da mudança de escala de uma dada representação, ou da geração de um mapa a partir de outros em escalas maiores. Esta perspectiva, no entanto, não considera a realidade da Cartografia Digital. Os dados cartográficos existem também na forma digital, e isso implica uma

---

<sup>1</sup> MCMMASTER, R & SHEA, K.S. Generalization in Digital Cartography. 1ed. Washington: Association of American Geographers, 1992.

reformulação no conjunto de razões que levam à generalização, de tal modo que as especificidades dos dados digitais e tudo o que os cerca seja considerado do ponto de vista de generalização.

MULLER (1991) apresenta razões para generalizar, e mostra que o processo não busca apenas os propósitos de visualização:

- a primeira razão é de ordem econômica, e trata da necessidade de se especificar a coleta de dados em função do propósito a que se destinam os dados. A resolução espacial dos procedimentos de coleta de dados está na razão direta com seu custo. O resultado é a realização de um procedimento de generalização, visto que algumas feições serão apresentadas e outras não, e que segundo algum critério de classificação serão geradas classes para comportar feições semelhantes;
- a segunda razão está ligada à qualidade dos dados coletados. Os dados coletados são sujeitos a erros que podem, segundo MULLER (1991), ser filtrados e consolidar tendências. Na digitalização de dados surgem os *spikes* (picos) e os *anomalous points*, produzidos por instabilidade nas mesas de digitalização. São procedimentos de generalização aplicados aos dados e que lhes dão consistência;
- a razão multipropósito está baseada no conceito de base de dados primária DLM (Digital Landscape Model). Este conceito orientou a geração de uma estrutura organizacional utilizada na Alemanha, denominada ATKIS (Authoritative Topographic-Cartographic Information System), que significa um Sistema de Informação Oficial Topográfico e Cartográfico. Este sistema é composto por dados oriundos de levantamentos diretos como Topografia e Geodésia, e por mapas digitalizados. Este modelo de administração de dados espaciais tem como sustentação a idéia de que a partir de uma base de dados espaciais única seja possível derivar, por generalização, produtos em qualquer escala, respeitadas as resoluções dos dados; e
- a razão cartográfica tradicional de realizar a generalização que é a visualização e comunicação. A geração de bases de dados cartográficos orientados para uma escala ou resolução acarreta problemas quando se aplica uma redução de escala, e requer a realização da generalização cartográfica.

Em SPIESS (1995), são apresentados os propósitos e os benefícios da generalização:

- a) a aplicação de generalização permite a representação da realidade com diferentes níveis de abstração;
- b) a generalização permite a modelagem de bases de dados espaciais;
- c) a visualização demanda generalização, o que aprimora produtos visuais;
- d) a generalização é a ferramenta que permite representar a informação relevante de forma legível numa dada escala;
- e) a generalização permite manter o nível de informação original de uma base de dados numa dada escala; e
- f) a generalização permite remover ruído de uma imagem e realçar a informação essencial, não apenas ruído geométrico mas o ruído conceitual ou a informação redundante.

Segundo o mesmo autor, os mapas em papel continuarão a ser produzidos em diferentes formatos e escalas a partir de dados digitais. Isso reforça a relevância da generalização cartográfica voltada à geração de visualizações. A afirmativa e) acima sugere a aplicação de alguma forma de avaliar o nível de informação da base de dados. Um dos possíveis modos pode ser a aplicação da TMC proposta por Shannon (BJORKE, 1996).

## 2.2 ASPECTOS DA PESQUISA INTERNACIONAL E NACIONAL

No âmbito internacional, a maior expressão em progressos em generalização cartográfica são originados no *Working Group in Map Generalization* da Sociedade Cartográfica Internacional – ICA. Estes progressos são periodicamente avaliados em Seminários realizados a cada dois anos e são relatados no endereço de página eletrônica da Sociedade (<http://www.geo.unizh.ch/ICA/index.html>). Foram realizados seminários em Barcelona em 1995, em Gävle (Suécia) em 1997, em Ottawa (Canadá) em 1999, em Barcelona (Espanha) em 2000 e em Beijing (China) em 2001. Os principais temas abordados no Seminário de Barcelona (Espanha) 1995, foram a avaliação da qualidade do projeto cartográfico, a formalização do conhecimento em Cartografia, visto que isso auxilia na realização de generalização, e detecção de

resolução de conflitos, que é um problema específico de generalização. No Seminário realizado em Gävle (Suécia) em 1997, na discussão sobre modelagem semântica e estruturas não espaciais, J. T. Bjorke apresentou estudo sobre a avaliação da entropia de elementos pontuais, e sua importância na caracterização de uma distribuição quando se realizam operações de remoção. Com relação à modelagem de estruturas espaciais a discussão foi acerca das vantagens e desvantagens das soluções de generalização de dados vetoriais e de dados matriciais, tendo por base o cubo de MacEachren. Nos seminários realizados em Ottawa (1999), em Barcelona (2000) e em Beijing (2001) não foram encontrados temas relacionados à generalização de superfícies nem temas relacionados à TMC.

Dentre os trabalhos publicados nos Anais da 18<sup>a</sup> Conferência Cartográfica Internacional (Estocolmo, 1997), destacam-se dois trabalhos que enfocam a TMC aplicada à Cartografia. O primeiro trabalho trata teoricamente a questão da comunicação cartográfica baseando-se na TMC (GLUCK, 1997). O segundo trabalho trata da aplicação da mesma teoria na eliminação de feições durante a generalização (BJORKE, 1997).

Dois trabalhos acadêmicos abordam o tema generalização cartográfica no Brasil. São eles: "Generalização Cartográfica: Proposta Metodológica para uma Transição de Escala Assistida por Computador", realizada no Departamento de Transportes da Universidade de São Paulo (BERNARD, 1998), e "Generalização Cartográfica em Ambiente Digital Escala 1:250000 a partir de Dados Cartográficos Digitais na Escala 1:50000", realizada no Departamento de Cartografia do Instituto Militar de Engenharia (VIANNA, 1997). O primeiro trata da generalização de cartas na escala 1:10.000 para 1:50.000, produzidas pelo órgão de mapeamento oficial do Estado de São Paulo. Neste trabalho, a autora realiza a generalização automática de linhas e generalização manual, em ambiente computacional, dos outros elementos cartográficos. O segundo trata do estabelecimento de uma forma de classificação de feições cartográficas que deverão constar da carta na escala 1:250.000 gerada a partir de dados de cartas analógicas na escala 1:50.000. Além destes trabalhos pode-se citar trabalhos que abordam a representação de dados em múltiplas escalas e alguns

algoritmos de simplificação de linhas (DAVIS, 2000), e trabalho que aborda os algoritmos de simplificação de linhas de Lang e de Douglas-Peucker (VIANNA *et al.*, 1997).

## 2.3 MODELOS CONCEITUAIS

MCMASTER e SHEA (1992) citam que uma das razões que justificam o lento desenvolvimento da generalização está no fato de que os cartógrafos convencionais não se preocuparam em formalizar o conhecimento sobre as técnicas de generalização manual. A generalização manual é realizada de forma empírica e baseada na finalidade do mapa, na experiência, no conhecimento geográfico e no senso estético do cartógrafo. A sistematização do conhecimento em qualquer área faz uso de modelos descritivos da realidade a ser tratada.

Modelos são ferramentas para diversas disciplinas, são idealizados segundo um propósito específico e consistem essencialmente de um processo de generalização<sup>1</sup>. O estabelecimento de modelos conceituais sempre é o ponto de partida para a automatização. A automatização de processos deve ocorrer dentro de um conjunto de possibilidades previstas num modelo conceitual (GRÜNREICH, 1995).

O modelo conceitual de generalização mais aceito é aquele proposto por McMaster e Shea (KRAAK e ORMELING, 1998), no entanto há outros modelos anteriores que têm importância porque trazem uma visão do desenvolvimento da generalização cartográfica. São citados por McMaster e Shea (MCMASTER e SHEA, 1992) os modelos conceituais de Ratajski, de Morrison, de Brassel e Weibel, de Nickerson e Freeman e o de McMaster e Shea. No modelo de Ratajski, apresentado em 1967, são identificados os processos quantitativos que tratam da gradual redução do conteúdo do mapa em função da redução de escala, e os processos qualitativos que tratam da transformação de formas elementares de simbolização para formas mais abstratas. O autor propõe o conceito de ponto de generalização, que indica ao cartógrafo quando deve ser feita uma mudança no método de representar uma feição. O Modelo de Morrison, apresentado em 1974, é baseado na Teoria de Conjuntos de

---

<sup>1</sup> Não necessariamente no sentido cartográfico do termo.

Kantor e utiliza explicitamente os conceitos de classificação, simplificação, simbolização e indução propostos por Robinson. O mapa produzido contém elementos de um subconjunto da realidade sensorial do cartógrafo. A aplicação deste modelo resulta num mapa que apresenta diferenças com a realidade sensorial visto que houve transformações de diferentes naturezas. A produção do mapa é vista como a aplicação de um conjunto de transformações por meio de funções dos tipos injetora, sobrejetora e bijetora. O modelo de Brassel e Weibel é considerado por MCMASTER e SHEA (1992) como o modelo conceitual de generalização cartográfica mais detalhado. Consiste de cinco processos que são: 1) reconhecimento de estrutura; 2) reconhecimento do processo; 3) modelagem do processo; 4) execução do processo; e 5) visualização dos dados. Os autores da proposição, Brassel e Weibel, consideram uma diferença de objetivos entre generalização estatística e generalização cartográfica. Na primeira são realizados processos de filtragem em que o interesse está na compressão de dados e análise estatística. Na segunda são realizadas operações que envolvem a estrutura do mapa de modo a manter a qualidade de comunicação revelada pelos dados. Nickerson e Freeman, em seu modelo, introduzem o conceito de mapa intermediário. O mapa intermediário é composto pelas feições afetadas por operações de eliminação, simplificação, combinação e por símbolos afetados de um nível de exagero. Deve ocorrer a realocação de feições e o posicionamento dos símbolos, seguidos da redução de escala e da colocação de nomes. O resultado deste conjunto de operações deve ser um mapa generalizado.

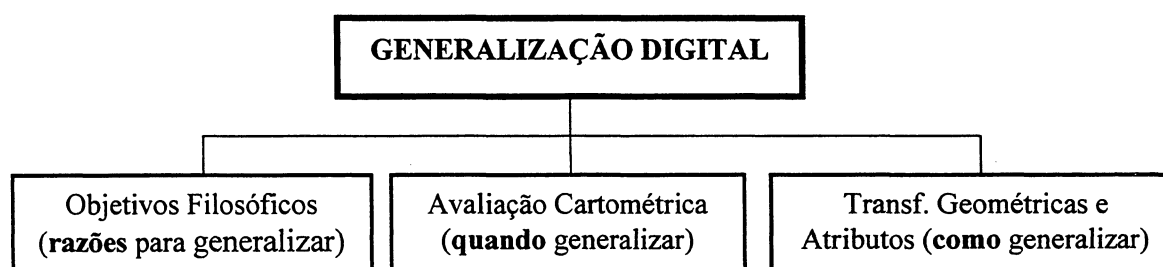
## 2.4 MODELO CONCEITUAL DE MCMASTER E SHEA

Este modelo conceitual trata a generalização segundo três aspectos: as razões filosóficas, ou **porque** generalizar; razões de ordem cartométrica, ou **quando** generalizar; e a seleção de transformações espaciais e de atributos ou **como** generalizar. A apresentação deste modelo conceitual está de acordo com MCMASTER e SHEA (1992), (Fig. 2.1).

A apresentação deste modelo conceitual de generalização inicia-se pela apresentação das razões para se realizar a generalização. Dentre as razões que levam a generalizar estão elementos teóricos, a dependência da aplicação, e dependência

computacional. Na avaliação cartométrica são relacionadas algumas condições geométricas que são identificadas e que demandam a aplicação da generalização, medidas espaciais e medidas globais (*holísticas*) que permitem determinar a ocorrência das condições geométricas, e o controle das transformações, que é uma forma de determinar o alcance da aplicação da generalização. E por fim, trata-se de como generalizar, ou seja quais serão os operadores de generalização que deverão ser aplicados. A realização da generalização se dá pela aplicação de transformações espaciais, que operam dados geométricos, e por operações de transformação de atributos, que operam dados de atributo.

FIGURA 2.1 - ESTRUTURA DO MODELO CONCEITUAL DE MCMASTER E SHEA (1992)



FONTE: Adaptado de McMaster e Shea, 1992, p. 27

#### 2.4.1 Objetivos Filosóficos ou **razões** para Generalizar

A aplicação de generalização cartográfica deve ocorrer sem que princípios de projeto cartográfico e comunicação cartográfica sejam desrespeitados. A complexidade gráfica causada pela redução de escala deve ser reduzida, uma vez que pequenos detalhes podem não ser representáveis. A eficiência da comunicação depende da quantidade e da diversidade de elementos gráficos. Cabe ao processo de generalização cartográfica reduzir a complexidade para alcançar uma apresentação mais eficiente. A manutenção da acuracidade espacial deve ser buscada, visto que os elementos gráficos poderão sofrer deslocamentos após a redução de escala. Uma das metas da generalização é limitar o erro de deslocamento entre cada feição e sua representação generalizada.

O significado dos atributos deve ser preservado quando uma redução de escala é realizada. A acurácia de atributo é puramente numérica em natureza e envolve tanto



análise estatística quanto métodos de classificação. A manutenção da acurácia de atributo é mais relevante em mapeamento temático do que em mapeamento topográfico. A redução de escala acarreta perda da estética, e sua manutenção busca garantir eficiência na comunicação. O projeto cartográfico forma uma das bases da cartografia, e a redução de escala não pode empobrecer a qualidade estética determinada para o produto original. A hierarquia lógica pode ser prejudicada com a redução da escala, seu restabelecimento requer a aplicação da generalização. Existe uma grande parcela de subjetividade no processo de generalização que a automação do processo não é capaz de remover ou imitar. Para MCMASTER e SHEA (1992) provavelmente há mais variação nos resultados da generalização causados pela variação na seleção e aplicação de algoritmos de generalização no modo digital do que em duas versões manuais. De modo a obter generalizações consistentes e isentas de julgamento subjetivo, o cartógrafo deverá tratar três aspectos: (1) o(s) algoritmo(s) a usar; (2) sua ordem de aplicação; e (3) os parâmetros necessários para uma dada escala.

Poucos dos elementos teóricos apresentados podem ser completamente quantificados e satisfeitos com a tecnologia computacional corrente (MCMASTER e SHEA, 1992). A acuracidade espacial e de atributo podem ser mantidas pois dependem de operações analíticas, no entanto, os elementos restantes, como a qualidade estética, a manutenção de hierarquia lógica, e a aplicação consistente de regras podem ocorrer parcialmente. A razão para isso está na natureza holística e perceptual da análise que deve ser realizada para sua consecução. A utilização da teoria da informação pode ser útil na redução da complexidade, na manutenção da qualidade estética e na aplicação consistente de regras de generalização (BJORKE, 1996).

A derivação de um mapa por generalização deve levar em conta o público alvo, visto que a utilização da informação veiculada justifica a sua geração. O conteúdo do novo mapa deve satisfazer às necessidades do usuário, e os dados representados deverão ser escolhidos do conjunto de dados disponíveis, portanto pela realização de um processo de classificação e seleção. O propósito do mapa deve ser compatível com

a escala do novo mapa, pois devem ser apresentadas todas as feições de interesse do usuário. Como a escala determina o montante de informação a ser representada, existe uma dependência entre propósito e escala. Relacionado ao montante de detalhe retido após a generalização, há a Lei de Töpfer ou lei da densidade uniforme (JONES, 1997, p. 275), que envolve o número de feições tanto na escala original quanto na escala generalizada e proporciona uma medida convincente de quantas feições devem ser retidas, mas negligencia a importante seleção e distribuição de entidades específicas, e não trata a densidade local de feições. Em função da legibilidade da representação, a generalização deverá operar em seleção, estética, hierarquia, propósito e na acuidade visual do usuário. Todos estes elementos têm interferência direta sobre o produto que sofre redução de escala.

A aplicação da generalização cartográfica na Cartografia Digital tem implícita a sua dependência de elementos computacionais. A aplicação de diferentes algoritmos em situações idênticas pode levar a tempos de processamento diferentes e a qualidades de generalizações diferentes. A razão computacional está, principalmente, centrada no armazenamento de dados, visto que aumento no armazenamento implica aumento de tempo de processamento. Quanto maior o nível de detalhe de uma feição maior será o espaço requerido para o seu armazenamento, e também maior será o tempo de processamento necessário para o seu tratamento.

O desenvolvimento de sistemas de computadores tem mostrado, ao longo do tempo, que os custos de *hardware* tem baixado, a velocidade de processamento tem aumentado rapidamente, e o armazenamento tem tido a capacidade e a variedade aumentada. Apesar disso, sempre se busca maior velocidade nos processos de recuperação de dados e para as aplicações baseadas na *internet* a redução de volumes de dados para transmissão é aspecto importante.

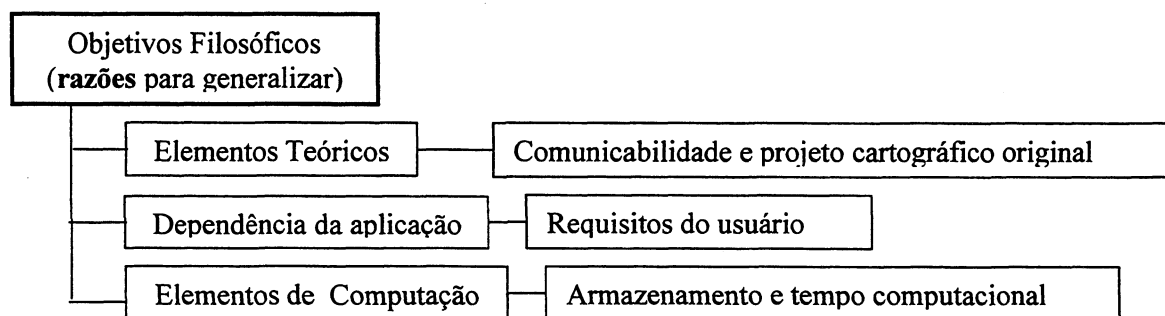
O volume de armazenamento pode diminuir pela redução do montante de informação de coordenadas necessária para representar a entidade espacial, e pela utilização de estruturas de dados mais compactas. Nos dois casos procura-se a manutenção do máximo de informação com o mínimo de requisitos de armazenamento. Embora não seja considerado como uma componente do processo de

generalização, a redução de estruturas de dados pode afetar a seleção e a aplicação de operadores de generalização específicos.

Dentre os objetivos filosóficos, ou razões de porque generalizar, mais importantes são aqueles elementos relacionados à manutenção dos princípios da comunicação cartográfica na forma como são expressos num projeto cartográfico, à satisfação dos requisitos do usuário e aos aspectos tecnológicos de sistemas de computação que são consequência de um estágio tecnológico.

No modelo conceitual de McMaster e Shea (MCMASTER e SHEA, 1992) os aspectos relacionados à manutenção da qualidade do projeto cartográfico são associados a elementos teóricos que justificam a necessidade da aplicação de generalização. Os aspectos relacionados às necessidades do usuário do produto cartográfico derivado por generalização caracterizam os elementos da aplicação. A necessidade de redução de armazenamento e ganho em tempo de processamentos caracterizam elementos computacionais. Esta componente do modelo conceitual trata das razões da realização da generalização cartográfica quando realizada no ambiente digital (Fig. 2.2).

FIGURA 2.2 - OBJETIVOS FILOSÓFICOS OU PORQUE GENERALIZAR



Fonte: Adaptado de McMaster e Shea, 1992, p. 28

#### 2.4.2 Avaliação Cartométrica ou **quando** Generalizar

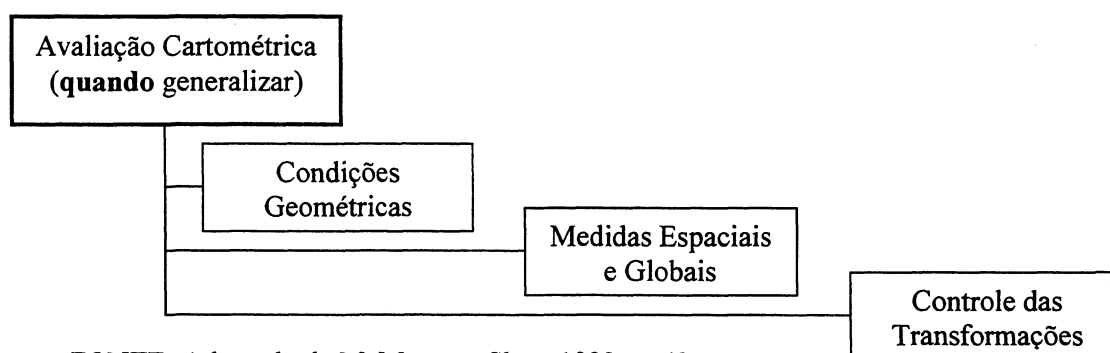
A avaliação cartométrica engloba todos os procedimentos em que se busca determinar a existência das condições causadas pela mudança de escala que demandam a realização da generalização. Toda mudança de escala, que produza como

resultado uma modificação na comunicação cartográfica estabelecida no projeto original para o qual os dados foram coletados, requer a aplicação da generalização.

A avaliação cartométrica consiste de três pontos distintos: (1) as condições geométricas sob as quais os procedimentos de generalização devem ser invocados; (2) as medidas espaciais e globais (*holísticas*) sob as quais aquelas determinações foram feitas; e (3) os controles das transformações das técnicas de generalização empregadas para acompanhar as mudanças (Fig. 2.3).

As condições geométricas detectadas nos dados são definidas como seis situações diferentes. Estas condições são o congestionamento, a coalescência, o conflito, a complicação, a inconsistência, e a imperceptibilidade. Estas denominações identificam situações geométricas originadas do fato de se reduzir a escala de apresentação dos dados. Cada uma destas situações detectadas deve desencadear a aplicação de um ou mais operadores de generalização.

FIGURA 2.3 - AVALIAÇÃO CARTOMÉTRICA OU QUANDO GENERALIZAR



FONTE: Adaptado de McMaster e Shea, 1992, p. 43

A identificação ou a detecção da ocorrência das condições geométricas pode ser alcançada pela aplicação de procedimentos de medidas espaciais e globais (*holísticas*). A finalidade destas medidas é proporcionar a quantificação de alguma grandeza que permita a identificação daquelas condições geométricas. O que se pode realizar são medidas que permitam determinar inter e intra relacionamentos. Os relacionamentos podem envolver mais de uma feição ou podem ser detectados entre feições do mesmo tipo. Segundo os autores, as medidas propostas ou relacionadas em seu modelo conceitual não formam o conjunto definitivo de medidas possíveis sobre dados, mas servem como início para a discussão de tais avaliações.

MCMASTER e SHEA (1992) propõem e discutem as seguintes medidas: *de densidade; de distribuição; de comprimento e sinuosidade; de forma; de distância; Gestalt; e abstratas*. São propostas como formas de avaliar as medidas espaciais e globais. A forma de avaliar as medidas espaciais e globais (*holísticas*) deve ser implementada de tal modo que sirvam de base para a tomada de decisão acerca da seqüência de operadores de generalização a aplicar. A avaliação das medidas *Gestalt* e *holísticas* é uma questão complexa pelo fato de que tratam de aspectos subjetivos relacionados à percepção.

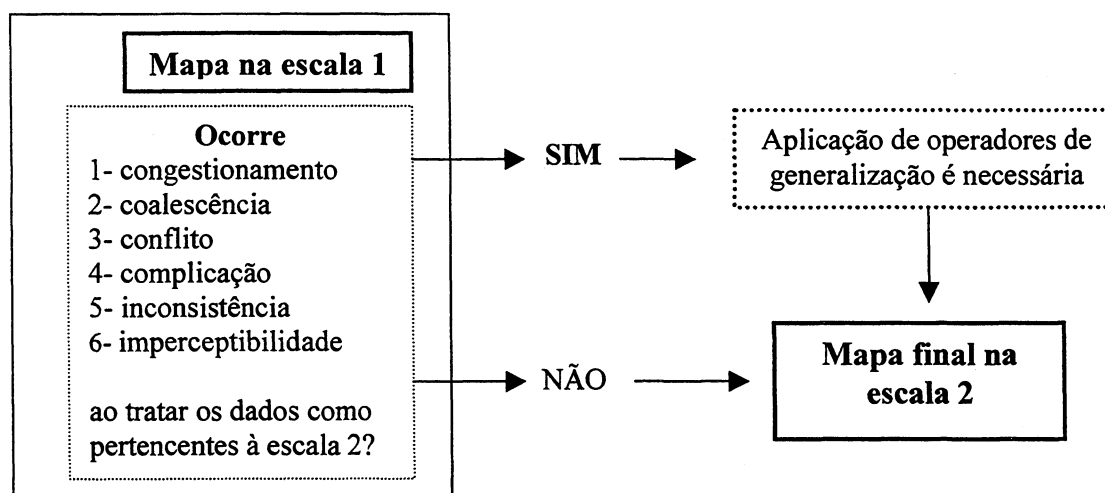
A generalização propriamente dita é realizada por meio da aplicação de operadores cuja responsabilidade é realizar transformações. Controlar a transformação significa: selecionar o operador; selecionar o algoritmo; e determinar valores para os parâmetros. Os operadores são separados em duas categorias, conforme o tipo de dados que tratam, e podem atuar em dados de geometria ou em dados de atributo. Segundo MCMASTER e SHEA (1992), a ordem em que os operadores de generalização são aplicados para se chegar a uma generalização não tendenciosa se torna tão crítica quanto a seleção dos algoritmos usados por aqueles operadores. Os parâmetros de entrada necessários para alcançar um determinado resultado em uma dada escala desempenham importante função nas transformações de generalização.

A pesquisa atual em generalização busca a automatização do processo, desse modo a seleção de operadores deve ser modelada de forma que as transformações sejam realizadas com isenção. No entanto, autores como JONES (1997), KRAAK e ORMELING (1998), dentre outros, chamam a atenção para o aspecto altamente subjetivo da atividade. A realização da seleção de operadores de generalização deve considerar a importância das feições individuais, e isto quer dizer propósito do mapa, a complexidade do relacionamento entre feições, a presença e a influência resultante da desordem do mapa sobre a eficiência de sua comunicação, a necessidade de variar o montante, tipo, e a ordem da generalização em diferentes feições, e a disponibilidade e robustez dos operadores de generalização e de algoritmos computacionais (MCMASTER e SHEA, 1992).

A seleção do parâmetro de entrada (tolerância) provavelmente resulta em mais variação no resultado final da generalização do que os operadores e algoritmos de generalização em si (MCMASTER e SHEA, 1992). Além de orientações muito básicas sobre a seleção de pesos para rotinas de suavização e derivação de linhas simplificadas, não existem trabalhos empíricos para outras rotinas de generalização. Uma exceção recente a isso, segundo McMaster e Shea (MCMASTER e SHEA 1992), são os trabalhos de BUTTENFIELD (1991)<sup>2</sup>, (1986)<sup>3</sup> e (1985)<sup>4</sup>, que estão direcionados para a quantificação de informação contida em linhas digitalizadas.

A detecção da existência das condições geométricas indica que deve ser realizada a generalização cartográfica. O conjunto de medidas espaciais e de conjunto deve ser capaz de detectar estas condições. A generalização propriamente dita ocorre pela aplicação de operadores expressos em forma de algoritmos computacionais (Fig. 2.4).

FIGURA 2.4 - CONDIÇÕES GEOMÉTRICAS QUE DEMANDAM GENERALIZAÇÃO



### 2.4.3 Transformações Espaciais e de Atributos ou *como* Generalizar

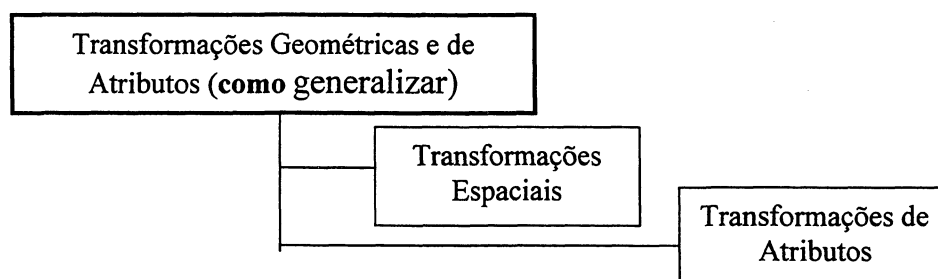
A última parte do modelo conceitual de generalização trata das operações de modificação dos dados. As modificações são denominadas transformações a que os

<sup>2</sup> BUTTENFIELD, B. P. 1991, A Rule for Describing Line Feature Geometry, in *Map Generalization : Making Rules for Knowledge Representation*, ed. B.P. Battenfield and R.B. McMaster, 150-171. London: Longman, Ltd.

<sup>3</sup> BUTTENFIELD, B.P. 1986. Digital Definitions of Scale-Dependent Line Structure. *Proceedings, Auto-Carto London*, London, England. London: Auto-Carto London, 1:497-506.

dados são submetidos para produzir novos dados apropriados para a nova escala. Estas transformações espaciais e de atributos são a componente **como** da generalização. As modificações são executadas por algoritmos que são a realização de conceitos de operadores de generalização. Estes operadores de generalização são versões computacionais dos procedimentos da generalização manual. Existem operadores para tratar dados geométricos e operadores para tratar dados de atributos. Há situações em que estes operadores são tratados de forma isolada e há situações em que os operadores devem necessariamente ser tratados considerando a existência de alguma interdependência em sua aplicação pela natureza dos dados e relacionamentos existentes (MCMASTER e SHEA,1992).

FIGURA 2.5 - TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS E DE ATRIBUTOS OU **COMO** GENERALIZAR



FONTE: Adaptado de McMaster e Shea, 1992, p.55

Na generalização cartográfica digital inicia-se pela seleção de objetos e atributos da base de dados que existirão na nova representação. Apesar de não ser considerada como processo de generalização, a seleção deve necessariamente ocorrer como um tipo de pré processamento necessário para as transformações espaciais e de atributo. Antes que os objetos geográficos ou seus atributos estatísticos possam ser manipulados pelos operadores de generalização, deve ser tomada uma decisão acerca de sua inclusão ou exclusão do mapa final generalizado.

Do ponto de vista de operadores a generalização geográfica, isto é a parte da generalização que trata de dados espaciais, envolve a manipulação geométrica da informação espacial do objeto, seja ele representado no formato vetorial ou no formato matricial. A generalização estatística envolve os processos de classificação e/ou

<sup>4</sup> BUTTENFIELD, B.P. 1985. Treatment of the Cartographic Line. *Cartographica*, 22(2):1-26.

simbolização. Por exemplo, a agregação de cinquenta feições pontuais pode requerer um ajustamento à classificação e simbolização existente, para a criação de uma área com um padrão de preenchimento. De forma alternativa, a classificação de três polígonos adjacentes numa mesma categoria pode resultar na eliminação de limites.

Existem dez transformações espaciais que controlam a modificação gráfica das feições cartográficas representadas. Segundo MCMASTER e SHEA (1992), estas transformações são realizadas por meio de algoritmos de simplificação, suavização, agregação, amalgamação, intercalação ou mesclagem, colapso, refinamento, exagero, realce, e deslocamento. A ação destes operadores depende de uma ordem de aplicação e da determinação de valores de tolerância.

Os atributos sofrem generalização pela aplicação das transformações de classificação e de simbolização. Na *classificação* procura-se o agrupamento de objetos em categorias de feições que compartilham atributos idênticos ou similares. Pela impossibilidade de simbolizar e mapear cada valor individual de uma distribuição invoca-se o processo de classificação. A classificação normalmente é utilizada com propósitos específicos, baseando-se no propósito do mapa. A proximidade entre valores de dados ou a proximidade semântica admitem a aplicação da classificação. A classificação automática requer uma base de dados que contenha a representação do conhecimento (MCMASTER, 1991).

A transformação de *simbolização* atua sobre o modo como os tipos de marcas gráficas ou símbolos cartográficos são usados para representar as feições da base de dados. As decisões tomadas acerca da simbolização é crítica para o mapa uma vez que o resultado final, a visualização, é dependente da simbolização. De modo a representar as feições do mundo real em um mapa, e associar significado àquelas representações, a apresentação gráfica das feições é sistematicamente ajustada por meio de mudanças nos elementos gráficos primários de *tom, valor, tamanho, forma, espaçamento, orientação e localização* (ROBINSON *et al.* 1984), citado por MCMASTER e SHEA (1992).

A transformação de simbolização consiste de um processo de dois níveis: mudança na escala de medida do conjunto de dados original; ou mudança do tipo de



dado. Escala de medida é o modo como, classicamente (KEATES, 1989; ROBINSON, 1984), estão organizadas as medidas dos objetos do mundo real: *nominal*, *ordinal*, *intervalar* e *razão*. A consideração de que uma medida de um fenômeno pertence à escala de medida *nominal* indica que somente um nome basta para identificá-lo, e que este fenômeno pertence a uma classe ou grupo, e reflete somente diferenças qualitativas. Da mesma forma, as escalas *ordinais* posicionam fenômenos numa escala de valores que refletem apenas diferenças em ordem. Nas escalas de *intervalos*, os fenômenos são valorados não somente em termos de alguma propriedade, mas também as diferenças ou intervalos numéricos, em termos daquela propriedade, são conhecidos. E nas escalas de *razão*, os fenômenos possuem origem natural para seus valores a partir da qual os dados podem ser comparados.

A generalização das escalas de medida ocorre segundo a consideração de que uma medida nominal é a mais geral e que uma medida de razão é mais específica, isto é, contém mais informação (Fig. 2.6). Uma medida de razão pode ser generalizada para uma das três medidas restantes. Para o caso de uma medida de intervalo só existem duas possibilidades, ser generalizada para medida ordinal ou medida nominal. E por fim, uma medida ordinal pode somente ser generalizada para uma medida nominal. A generalização no sentido oposto não é possível.

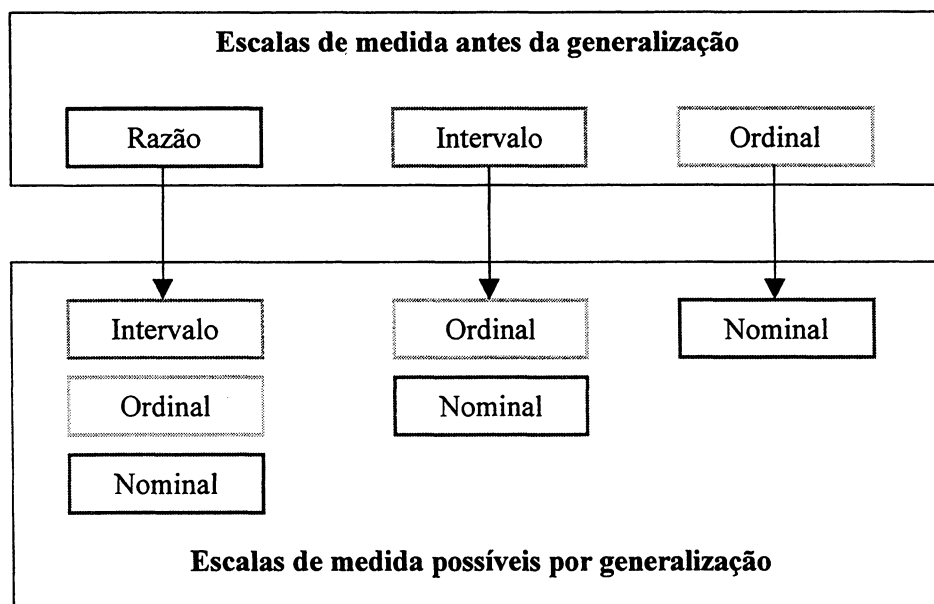
A mudança na dimensionalidade entre a feição e sua representação permite ao cartógrafo generalizar feições do mapa (MUEHRCKE (1986)<sup>5</sup>, citado em MCMASTER e SHEA (1992)). Como os dados existentes em uma base de dados podem estar numa das quatro categorias geométricas básicas (pontual, linear, areal ou volumétrica), as suas representações no mapa podem estar numa das quatro formas simbólicas (ponto, linha, área ou volume). Portanto, na generalização por simbolização pode acontecer mudança de escala de medida ou mudança de tipo de dado, ou ambos. Este processo de simbolização acontece durante o projeto cartográfico em que cada um destes dois elementos é avaliado. Para ROBINSON (1984), a generalização que também acontece durante o projeto cartográfico é vital para o sucesso do mapa, e que

---

<sup>5</sup> MUEHRCKE, P.C. 1986. Map Use: Reading, Analysis, and Iterpretation. 2 Ed. Madison: JP Publications.

em presença de mudança de escala a condição de comunicabilidade do mapa original deve ser restabelecida ou adequada à nova demanda.

FIGURA 2.6 - GENERALIZAÇÃO DE ESCALAS DE MEDIDA



MCMASTER e SHEA (1992), resumem as características das transformações geométricas e de atributos em termos de tipo de feição sobre a qual atuam, que tipo de modificação executam, se ocorre mudança de dimensão ou mudança de simbologia. Um operador de simplificação, por exemplo, pode ser aplicado a elementos lineares, a elementos de área e a elementos de volume. O resultado dessa transformação não altera a simbologia, preserva a dimensão, pode depender de outros operadores de generalização, pode resultar em mudança de escala de medida e pode resultar em mudança de tipo de dado. Um operador de mescla, por exemplo, é aplicado a elementos lineares e pode resultar em mudança de simbologia, não acarreta mudança na dimensão e não tem dependência de outros operadores, porém pode acarretar mudança na escala de medida e mudança de tipo de dado.

## 2.5 GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA AUTOMATIZADA E A TEORIA MATEMÁTICA DA COMUNICAÇÃO

Diante das considerações realizadas por MCMASTER e SHEA (1992), a automatização do processo de generalização se mostra uma tarefa de extrema complexidade, como atestado por JONES, (1997) e KRAAK e ORMELING (1998). A identificação das condições geométricas que demandam a realização da generalização é algumas vezes subjetiva, requer conhecimento não presente na base de dados, e com isso requer a interferência do cartógrafo. Além disso, a realização das medidas para a definição de operadores e de valores de parâmetros para estes operadores é uma tarefa significativa e decisiva para o resultado da generalização.

O relacionamento entre a generalização cartográfica e a TMC, está na capacidade desta teoria em tratar informação num sistema de comunicação. O relacionamento entre Cartografia e TMC é mostrado por BJORKE (1996), e aplicado a problemas de generalização por FIRKOWSKI (2001). A abordagem de TMC e seu relacionamento com cartografia, especificamente no relacionamento com projeto cartográfico, é tomada como referência na proposição da presente Tese. Em sistemas de comunicação busca-se determinar qual é o montante de informação recebida, a partir do conhecimento do montante de informação transmitida. O montante de informação recebida é avaliado em termos da certeza ou incerteza do significado que se pode extrair dela. Nos termos da Cartografia pode-se dizer que uma representação cartográfica é a portadora da informação e o usuário é o alvo da transmissão e, portanto, sofre uma impressão acerca do conteúdo daquela representação. A realização de uma representação cartográfica está baseada em um projeto cartográfico, e a variação em parâmetros do projeto cartográfico implica modificações na eficiência do sistema de comunicação, ou na comunicação propriamente dita.

### **3 REPRESENTAÇÃO DA SUPERFÍCIE TOPOGRÁFICA**

A representação da superfície topográfica adotada na Cartografia Convencional pode fazer uso de curvas de nível, pontos cotados, cores hipsométricas e sombreado. Com este conjunto de elementos gráficos é possível realizar uma representação da superfície topográfica, de forma estática, sobre uma superfície plana como o papel. Por meio de interpretação visual, esta representação permite ao usuário do mapa compreender a forma do relevo, bem como derivar manualmente uma representação de declividades. No entanto, se a tarefa consistir na determinação do volume de uma região, ou na determinação da visibilidade entre dois pontos, ou ainda, de referenciar uma imagem de satélite, a utilização de uma representação do relevo na forma de mapas de curvas de nível não será apropriada, pela morosidade do processo manual comparativamente a um processo baseado em ambiente computacional.

Com a introdução do computador na Cartografia como meio de armazenamento, processamento e visualização de dados cartográficos, a representação de relevo por meio de curvas de nível deixou de ser a forma definitiva de sua representação. Os modelos digitais de terreno ganharam espaço pela sua maior aplicabilidade por serem mais apropriados para manipulação computacional, e por poder coexistir com arquivos digitais de curvas de nível.

JONES (1997, p. 198) apresenta uma visão geral acerca da representação de superfícies (Fig. 3.1). Em sua abordagem, há uma divisão em representações completas e representações incompletas. Nas representações, completas a superfície é formada por um conjunto de polígonos contíguos que tem um valor associado, ou pode ser representada numa forma implícita, em que funções matemáticas podem ser avaliadas na região. Nas representações incompletas dispõe-se de um ou mais conjuntos de amostras discretas de posições pertencentes à superfície. Ou seja, diferentemente das representações completas, em que há um único valor associado a cada região contígua, previamente determinado, na representação incompleta, o que existe são valores discretos que podem ser usados para determinar outros valores

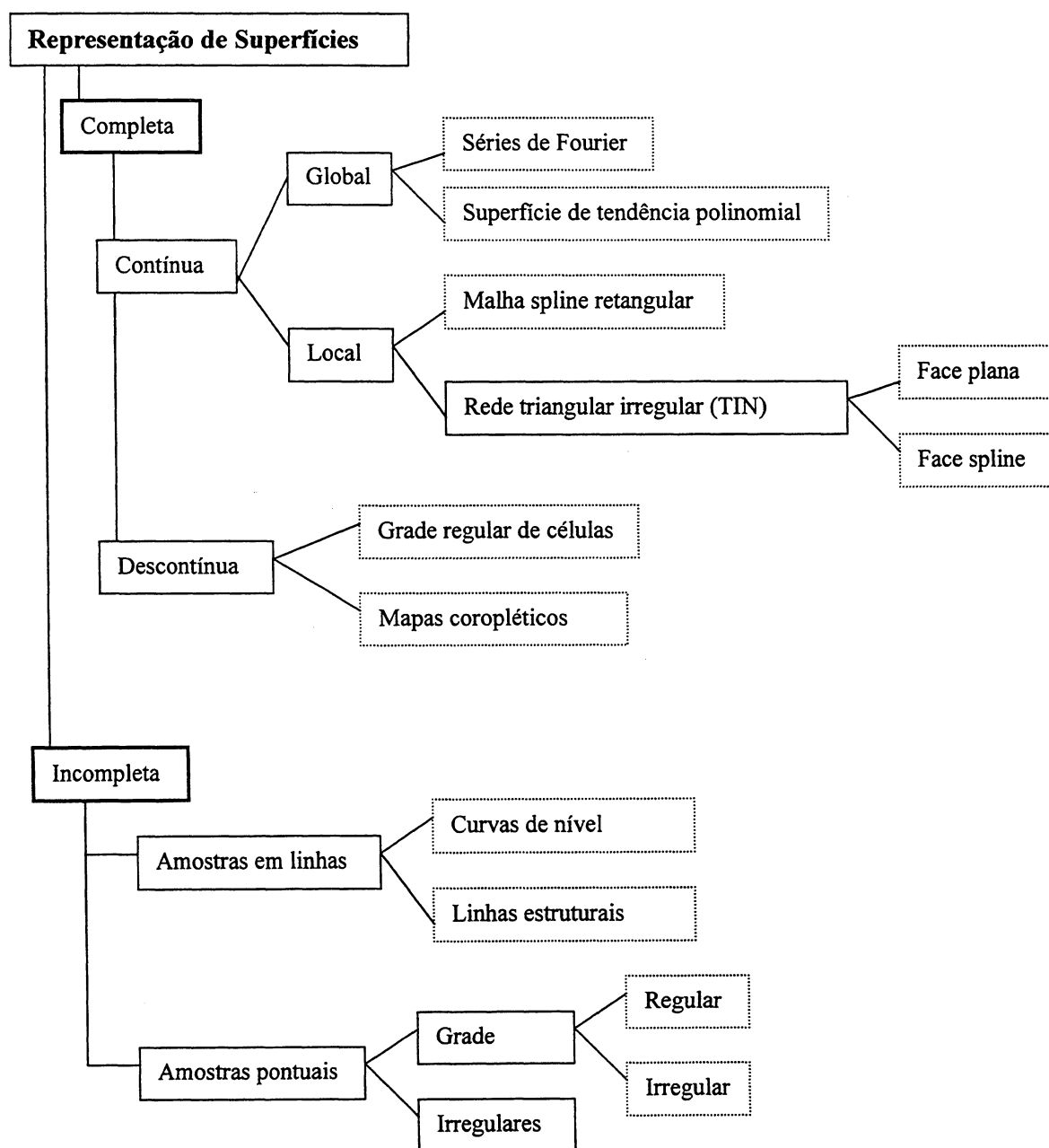
pertencentes a uma determinada vizinhança, cujo estabelecimento depende de algum critério.

As representações completas podem ser contínuas ou descontínuas. As representações contínuas, por sua vez podem ser globais ou locais. No primeiro caso, caracterizado como representação contínua global, são usadas Séries de Fourier ou superfícies de tendência polinomial. No segundo caso, caracterizado como representação contínua local, a representação pode ser uma malha retangular de células, ou uma rede triangular irregular (TIN - Triangulated Irregular Network), cujas faces podem ser planas ou concordantes com alguma função *spline*. As representações completas descontínuas contemplam as grades de células regulares e os mapas coropléticos. Tanto uma imagem digital quanto um mapa coroplético têm a característica de ser descontínuos (JONES, 1997).

As representações incompletas da superfície estão baseadas no conhecimento de valores de coordenadas planimétricas  $(x,y)$  e no valor  $(v)$  do fenômeno de interesse. Neste método, a superfície está representada de forma discreta, por conjuntos de amostras que asseguram seus valores apenas nestas posições. A determinação do valor do fenômeno para uma posição que não pertença ao conjunto de amostras é realizada por meio de interpolação. As representações incompletas podem ser originadas de amostras em linhas, com significado semântico como curvas de nível e como linhas estruturais. As amostras também podem ser pontuais sem qualquer relacionamento, isto é irregulares, ou podem ter uma organização na forma de grade regular ou irregular (JONES, 1997).

Numa representação completa existe um valor associado a cada polígono do conjunto de polígonos, e com isso as linhas que dividem estes polígonos são desconsideradas pelo fato de que podem ter dois ou mais valores associados. Por sua vez, nas representações incompletas o valor do fenômeno pode ser determinado em qualquer posição da região pelo relacionamento funcional desta posição com os seus vizinhos.

FIGURA 3.1 - MÉTODOS DE REPRESENTAÇÃO DA SUPERFÍCIE



FONTE: Adaptado de JONES (1997, p.199)

BURROUGH (1989, p.39), adapta de MARK (1978)<sup>1</sup>, os métodos de representação de superfícies que se restringem à representação da superfície topográfica. Segundo o autor, existem métodos matemáticos e métodos de imagem. Nos métodos matemáticos, há uma distinção entre representação global, em que são usadas as Séries de Fourier ou os polinômios multiquadráticos, e representação local, em que a superfície é dividida em regiões contíguas, regulares ou irregulares, para as quais se tem um valor associado. O que BURROUGH (1989) denominou de métodos matemáticos, JONES (1997, p.199) denominou de representação completa contínua. Nos métodos de imagem são usados pontos e linhas, os pontos em arranjo regular, irregular e em feições críticas. Os pontos em arranjo regular podem ter densidade regular ou densidade variável, enquanto os pontos em arranjo irregular podem formar triangulações ou redes de pontos organizadas por sua proximidade. As feições críticas são os picos, os poços, descontinuidades e os limites. Os métodos de imagem fazem uso de linhas definidas, como por exemplo, curvas de nível, os perfis verticais e as linhas críticas como divisores d'água, leitos de rios, linhas de costa e linhas de quebra.

BURROUGH (1989) e JONES (1997) não consideram a representação da superfície por meio da rede irregular triangularizada do mesmo modo em suas propostas de métodos. Enquanto para BURROUGH (1989) TIN é um método de imagem que usa dados pontuais, para o JONES (1997) TIN é uma representação completa de superfície por entender que os pontos pertencentes à face do triângulo tem valor de altitude conhecido.

### 3.1 MÉTODO DA REDE TRIANGULAR IRREGULAR - TIN

Um TIN é uma representação proposta por Peucker como forma de contornar amostragem excessiva ou deficiente proporcionada pelo método da grade regular (BURROUGH, 1989, p. 41). A superfície é representada de modo contínuo por uma organização de triângulos planos, formados de tal modo que sejam tanto quanto possível próximos de triângulos equiláteros. O processo de organização dos dados em triângulos obedece ao Critério de Delaunay, critério que estabelece a existência de um

---

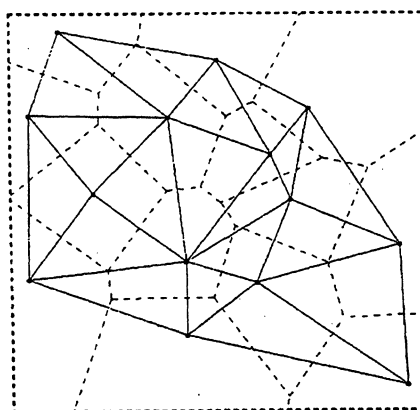
<sup>1</sup> MARK, D.M. 1978. Concepts of data structure for digital terrain models. In *Proceedings DTM Symp. ASP - American Congress on Survey and Mapping*. St. Louis, Missouri, pp. 24-31.

círculo ao qual apenas os três vértices formadores de um triângulo podem estar inscritos.

A interpretação de uma visualização dos triângulos de um TIN permite perceber regiões de terreno mais acidentado ou menos acidentado pelo comportamento da dimensão relativa e pela densidade de triângulos. Para o primeiro caso, terreno acidentado, os triângulos são pequenos e em maior densidade, e para o segundo caso, isto é, terreno menos acidentado, os triângulos são maiores, ou ocupam maior extensão. Isso significa que quando o terreno é mais acidentado são necessários mais pontos amostrais para representá-lo. No sentido oposto, isto é, para terrenos menos acidentados, existem menos detalhes e existirão menos triângulos. Os triângulos serão maiores também para terrenos que se aproximam de planos horizontais ou inclinados. Na Figura 3.2, estão mostrados em linha cheia os triângulos de uma região e em linha tracejada seus correspondentes duais polígonos de Thiessen, cujos lados são formados por segmentos de mediatrizes às linhas que unem os pontos de um triângulo.

A derivação de valores do fenômeno representado em posições diferentes das posições das amostras requer a aplicação de um processo de interpolação. Neste método de representação não ocorre ambigüidade de valor para os pontos que pertencem às linhas definidoras dos limites dos triângulos, uma vez que a representação é contínua e os lados dos triângulos são concordantes.

FIGURA 3.2 - EXEMPLO DE REPRESENTAÇÃO DE SUPERFÍCIE PELO MÉTODO DA REDE IRREGULAR TRIANGULARIZADA – TIN



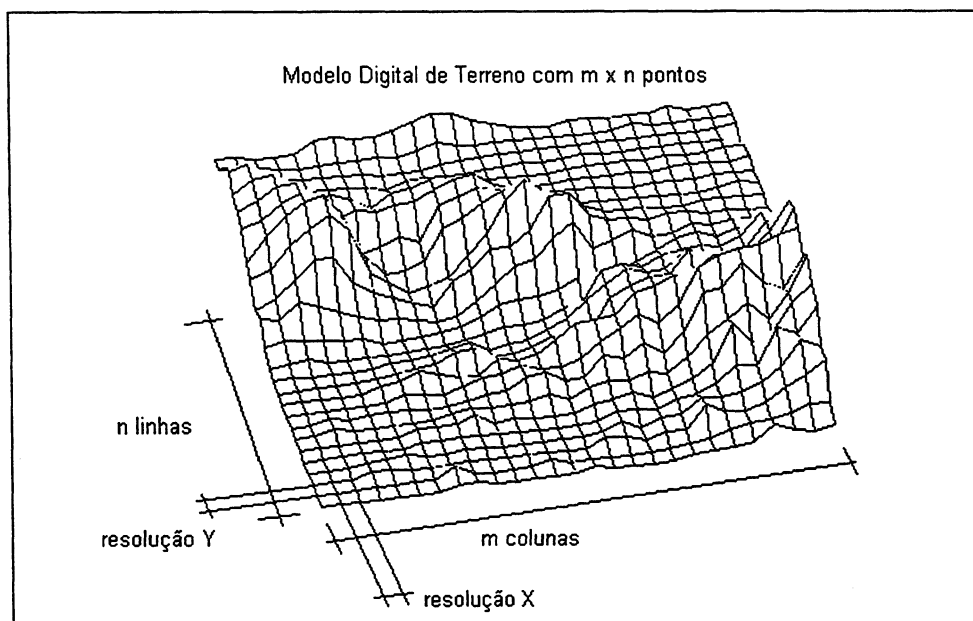
FONTE: Adaptado de Jones 1997, p. 201.



### 3.2 MÉTODO DA GRADE RETANGULAR

No método da grade retangular, as posições planimétricas do terreno têm uma organização por linhas e colunas em que todos os pontos que pertencem a uma coluna têm a mesma coordenada  $X$ , e todos os pontos que pertencem a uma linha têm a mesma coordenada  $Y$ . O espaçamento entre colunas ou seções verticais paralelas do terreno orientadas segundo a direção  $Y$  é denominado resolução na direção  $X$ , e o espaçamento entre linhas ou seções verticais paralelas do terreno orientadas segundo uma direção perpendicular às primeiras, isto é, paralelas ao eixo  $X$  é denominado resolução na direção  $Y$ , (Fig. 3.3). Em geral as resoluções nas direções  $X$  e  $Y$  são iguais, caso do programa SPRING desenvolvido na Divisão de Processamento de Imagens do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE<sup>2</sup>, ou aproximadamente iguais, caso do programa GEOTerrain da empresa MicroStation-Bentley. Quando o fenômeno a ser representado como uma superfície for a superfície topográfica pode-se utilizar a denominação de Modelo Digital de Terreno, ou MDT.

FIGURA 3.3 - MODELO DIGITAL DE TERRENO FORMADO POR  $M \times N$  PONTOS, E RESOLUÇÕES  $R_X$  E  $R_Y$  AO LONGO DOS EIXOS  $X$  E  $Y$ .



<sup>2</sup> <http://www.dpi.inpe.br>

A coleta de amostras de pontos para a produção de uma malha retangular pode ocorrer (BURROUGH, 1989):

- a) por processo fotogramétrico em operação de perfilamento;
- b) por processo fotogramétrico de amostragem irregular seguida de interpolação funcional para uma grade regular;
- c) por digitalização de curvas de nível e pontos altimétricos de cartas topográficas seguida de interpolação usando funções;
- d) por processos de levantamento terrestre convencional; e
- e) por processos de levantamento por sonar e radar.

A acurácia da representação da superfície que é produzida está relacionada à resolução e à acurácia dos dados observados.

### 3.3 A REPRESENTAÇÃO DA SUPERFÍCIE TOPOGRÁFICA E O CONCEITO DE ENTROPIA

A determinação do valor da entropia para um conjunto de dados, (Eq. 4.1), se baseia em valores de probabilidade associados a eventos da superfície topográfica. Pode-se considerar como eventos de uma superfície cada ponto da representação da superfície topográfica, um conjunto de pontos de uma seção do terreno ou ainda, quatro pontos de uma face da representação da superfície topográfica. Desse modo, quando se determina o que é um evento e de que modo pode ser associado um valor de probabilidade, existe a possibilidade de determinar um valor de entropia.

Se a cada um dos  $n \times m$  pontos de uma representação da superfície topográfica se pode atribuir um valor de probabilidade, então a entropia da representação pode ser calculada. Do mesmo modo, se a cada conjunto de pontos que determina uma seção vertical do terreno com coordenadas  $X$  fixa e  $Y$  variável, ou vice-versa, for possível associar um valor de probabilidade, então, será possível determinar o valor de entropia da representação. As considerações acerca da caracterização de eventos numa superfície com o propósito de aplicar o conceito de entropia da TMC são apresentadas no Capítulo 5.

#### 4 TEORIA MATEMÁTICA DA COMUNICAÇÃO DE SHANNON

A Teoria Matemática da Comunicação, ou Teoria da Comunicação de Shannon foi proposta por Claude Shannon no final da década de 1940 como forma de sistematizar o conhecimento necessário ao entendimento da eficiência em sistemas de comunicação (KHINCHIN, 1957, p. 30). A TMC não foi considerada como adequada para aplicações em cartografia por alguns autores como Salichtchev (1973)<sup>1</sup>, Robinson e Petchenik (1976)<sup>2</sup> citados por Bjorke (BJORKE, 1996, p.78), em função de que no meio de comunicação, objeto da Cartografia, não ocorre perda de informação, mas pelo contrário, nestes sistemas durante sua leitura e observação são suscitadas impressões e mesmo relacionamentos que não foram de forma consciente projetados pelo cartógrafo. No entanto, Bjorke (BJORKE, 1996, p.79), apresenta o conceito de entropia, da TMC, como apropriado para aplicações no nível sintático da comunicação cartográfica.

Um sistema de comunicação é composto por um gerador de informação, um meio de transmissão e um receptor (Fig. 4.1). O gerador de informação é caracterizado como um conjunto  $X$  de  $n$  eventos aos quais se podem associar valores de probabilidade  $P(X)$ . A recepção também é caracterizada como um conjunto de mesmo número  $n$  de eventos aos quais estão associados valores de probabilidades  $P(Y)$ . Neste sistema  $P(X)=\{p_{x1}, p_{x2}, \dots, p_{xn}\}$  representa o conjunto de valores de probabilidades associadas aos elementos do conjunto  $X$  de informação original, e  $P(Y)=\{p_{y1}, p_{y2}, \dots, p_{yn}\}$  representa o conjunto de valores de probabilidade associados ao conjunto  $Y$  de informação recebida.

Durante o processo de transmissão pode ocorrer perda de informação. Esta perda de informação se reflete nos valores de probabilidade associadas aos elementos do conjunto  $Y$ . A perda de informação é mostrada por meio de dois escalares denominados equivocação  $H(Y,X)$  e informação útil  $R(X)$ . Quanto maior for a

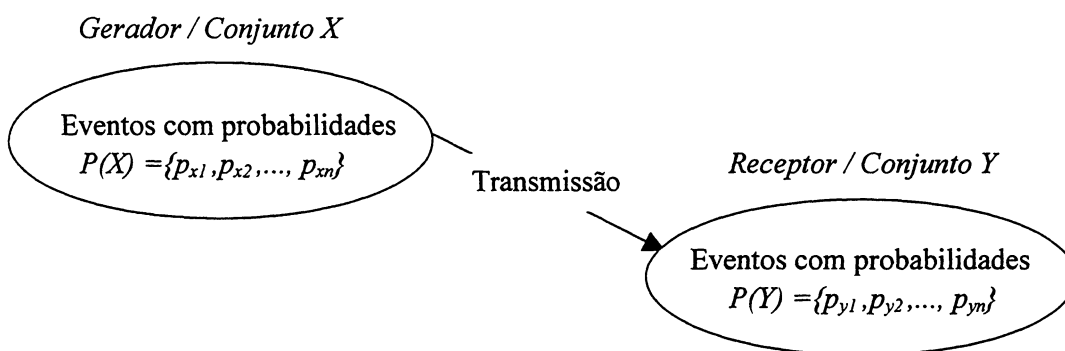
---

<sup>1</sup> SALICHTCHEV, K.A. 1973, Some reflections on the subject and method of cartography after the Sixth International Cartographic Conference. *Canadian Cartographer* 10:106-11.

<sup>2</sup> ROBINSON, A.H. , PETCHENIK, B.B. 1976. *The nature of maps*. Essays toward understanding maps and mapping. Chicago: The University of Chicago Press.

equivocação menor será a informação útil. Não ocorre perda de informação num sistema de comunicação quando o valor de probabilidade de cada elemento do conjunto  $Y$  for igual a cada elemento do conjunto  $X$ . De modo geral sempre ocorre perda de informação, e com isso as probabilidades dos elementos do conjunto  $Y$  são diferentes das probabilidades dos elementos do conjunto  $X$ .

FIGURA 4.1 - SISTEMA DE COMUNICAÇÃO DO PONTO DE VISTA DA TMC



Pela TMC, a cada evento do conjunto  $X$  deve corresponder uma probabilidade  $p_x$  associada. Isto quer dizer que a aplicação da TMC requer a identificação dos dados que compõem o conjunto  $X$ , e requer a determinação das probabilidades  $p_{xi}$  a eles associadas. Para um conjunto de eventos as probabilidades existem no intervalo  $[0,1]$ , e a soma de todas as probabilidades de um conjunto de eventos deve ser igual a 1. A determinação das probabilidades dos eventos do conjunto  $X$  deve ser feita com base em alguma propriedade dos dados do conjunto. Por exemplo, as probabilidades para um conjunto de  $n$  pontos com coordenadas planimétricas pode ser dada por  $p_{xi} = 1/n$ , isto é, neste caso todos os pontos tem a mesma probabilidade.

A determinação das probabilidades dos elementos do conjunto  $X$  pode ser feita mediante a aplicação de alguma função que relacione os dados segundo algum critério ou propriedade. Por exemplo, a um conjunto de  $n$  pontos pode ser atribuída a mesma probabilidade  $1/n$  a cada elemento do conjunto. No entanto, se for detectada a existência de alguma propriedade que diferencie os pontos dentro do conjunto, podem ser atribuídos diferentes valores de probabilidades.

A entropia  $H(X)$ , é um escalar associado a um conjunto  $X$  de  $n$  eventos, representados por meio de suas probabilidades  $P(X)=\{p_{x1}, p_{x2}, \dots, p_{xn}\}$ , dado pela expressão:

$$H(X) = - \sum_{i=1}^n p(x_i) \log_2 p(x_i) \quad (4.1)$$

O comportamento dos valores de probabilidades do conjunto de eventos determina as diferentes situações de entropia. A entropia  $H(X)$  de um conjunto de eventos tem as seguintes propriedades:

- a) um conjunto de  $n$  eventos em que  $n-1$  eventos têm probabilidade nula e apenas um evento tem probabilidade igual a 1,  $P(X)=\{0,0,\dots,0,1\}$  tem entropia  $H(X) = 0$ . Isto quer dizer que para este conjunto não há incerteza sobre que evento ocorreu;
- b) para um conjunto de  $n$  eventos em que todos os eventos têm a mesma probabilidade  $p(x_i)$ , a entropia será máxima,  $H(X) \Rightarrow \max$ ; e
- c) para um conjunto de  $n$  eventos em que as probabilidades  $p(x_i)$  assumem diferentes valores, a entropia será um valor diferente de zero, porém, menor do que o valor máximo,  $0 < H(X) < \max$ .

A determinação da eficiência de um sistema de comunicação requer a formalização de um conceito de similaridade a ser aplicado aos dados. A similaridade  $\mu(y,x)$  é um valor definido para o intervalo  $[0,1]$  obtido como resultado da avaliação da semelhança entre um elemento do conjunto  $Y$  com um elemento do conjunto  $X$ . Quanto maior for a possibilidade dos dois elementos se confundir maior será seu grau de similaridade. Existe um elemento do conjunto  $Y$  ao qual corresponde um elemento do conjunto  $X$  em que ocorre o máximo grau de similaridade, “todo elemento do conjunto  $Y$  é similar a si próprio, e o valor do grau de similaridade nesse caso é o valor máximo de  $\mu(y,x)$ , isto é, o valor 1”.

A visualização da ocorrência de similaridades entre os elementos dos conjunto  $X$  e  $Y$  pode ser feita usando a figura de uma matriz quadrada que tem dimensão igual

ao número  $n$  de elementos do conjunto  $X=\{k, l, m, n\}$ , (Fig. 4.2). A diagonal principal da matriz é composta por valores  $\mu(y,x)=1$  uma vez que cada elemento do conjunto é similar a si próprio no grau máximo. Um elemento  $m$  da diagonal principal pode ser similar a um elemento  $n$  também da diagonal principal em um grau entre  $[0,1]$ . O valor deste grau de similaridade  $\mu(m,n)$  é posicionado tanto na linha  $m$  e coluna  $n$ , quanto na linha  $n$  e coluna  $m$ , isso quer dizer que a matriz com valores de grau de similaridade é simétrica (Fig. 4.2b ou c).

FIGURA 4.2 - MATRIZES DE GRAUS DE SIMILARIDADE  $\mu(Y,X)$  PARA 4 ELEMENTOS ( $K, L, M, N$ )

$$\begin{pmatrix} \mu(k,k) & & & \\ & \mu(l,l) & & \\ & & \mu(m,m) & \\ & & & \mu(n,n) \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mu(k,k) & & & \\ & \mu(l,l) & \mu(l,m) & \\ & \mu(l,m) & \mu(m,m) & \mu(m,n) \\ & & \mu(m,n) & \mu(n,n) \end{pmatrix}$$

a)  $k, l, m$  e  $n$  similares a si próprios

b)  $l$  similar a  $m$  e  $m$  similar a  $n$

$$\begin{pmatrix} \mu(k,k) & \mu(k,l) & \mu(k,m) & \mu(k,n) \\ \mu(k,l) & \mu(l,l) & \mu(l,m) & \mu(l,n) \\ \mu(k,m) & \mu(l,m) & \mu(m,m) & \mu(m,n) \\ \mu(k,n) & \mu(l,n) & \mu(m,n) & \mu(n,n) \end{pmatrix}$$

c)  $k, l, m$  e  $n$  similares entre si em algum grau no intervalo  $[0,1]$

As posições das matrizes em que não existem valores  $\mu(y,x)$  representam similaridades nulas. Quando os elementos  $k, l, m$  e  $n$  são similares apenas a si próprios, a matriz de similaridades resulta numa matriz identidade e a entropia do conjunto  $Y$  será a mesma do conjunto  $X$  (Fig. 4.2a). Quando alguns elementos do conjunto  $Y$  podem ser confundidos ou tem algum grau de similaridade com elementos do conjunto  $X$ , a matriz de similaridades apresenta valores de similaridade diferentes de zero fora da diagonal principal (Fig. 4.2b). Neste caso, as entropias  $H(X)$  e  $H(Y)$  são diferentes. Quando todos os elementos do conjunto  $Y$  podem ser confundidos ou tem algum grau

de similaridade com os elementos de  $X$  a matriz de similaridades é formada apenas por elementos não nulos (Fig. 4.2c). Também neste caso as entropias  $H(X)$  e  $H(Y)$  serão diferentes. Alto grau de similaridade resulta em valor próximo de 1 e baixo grau de similaridade resulta num valor próximo de zero.

As probabilidades dos elementos do conjunto  $Y$  devem refletir a existência de similaridade determinada com a aplicação da função de similaridade. Os valores de grau de similaridade tem existência no intervalo  $[0, 1]$ . Para cada um dos  $n$  elementos do conjunto  $X$  podem existir  $n$  valores de grau de similaridade. Estes graus de similaridade são obtidos por aplicação de uma função de similaridade a cada par de elementos possível de realizar no conjunto de  $n$  elementos. A soma de todos os valores dos graus de similaridade de um dado elemento é maior ou igual a um,  $\sum \mu(y, x) \geq 1$ . Esta soma somente será igual a 1 se o elemento comparado for similar apenas a si próprio. A probabilidade de transição ou probabilidade condicional é definida como um valor existente no intervalo  $[0, 1]$ , e é calculada usando os valores de similaridade na seguinte expressão:

$$p(y, x) = \frac{\mu(y, x)}{\sum \mu(y, x)} \quad (4.2)$$

Nesta expressão,  $p(y, x)$  representa a probabilidade condicional ou probabilidade de transição,  $\mu(y, x)$  representa o valor do grau de similaridade que o elemento representado tem com o elemento tomado como base na comparação, e  $\sum \mu(y, x)$  representa a soma de todos os graus de similaridade obtidos para um elemento de  $X$  tomado como base.

Os dados de probabilidade de transição podem ser organizados em uma matriz que tem as mesmas dimensões da matriz de graus de similaridade. A diferença entre os valores de grau de similaridade e probabilidade de transição é que a soma de uma linha ou de uma coluna na primeira pode resultar num valor maior ou igual a 1, e a soma de uma linha ou coluna na matriz de probabilidades de transição deve necessariamente resultar em 1 para que esteja de acordo com o conceito de probabilidade.

O conjunto de dados transmitido ou representado (segundo a terminologia cartográfica), tem valores de probabilidades associado. Estes valores de probabilidade são dependentes dos valores de probabilidade  $P(X)$  associada aos elementos do conjunto original e dependentes da possibilidade de serem confundidos entre si, como expresso pela função de similaridade e da probabilidade de transição  $p(x,y)$ . A probabilidade dos elementos representados é dada pela expressão matricial:

$$P(Y) = P(X) \cdot P(Y, X) \quad (4.3)$$

onde,  $P(X)$  é o vetor que contém os valores das probabilidades dos elementos originais do conjunto  $X$  e  $P(Y, X)$  é uma matriz que contém os valores das probabilidades condicionais individuais  $p(y,x)$ .

Quando a matriz de similaridades é uma matriz identidade, isto é nenhum elemento se confunde com nenhum outro elemento na representação, os valores das probabilidades dos elementos dos conjuntos  $X$  e  $Y$  são iguais, isso quer dizer que o processo de transmissão da informação não proporciona perda. Quando o sistema de transmissão introduz ruído ou perda, a matriz de similaridades, e por consequência, a matriz de probabilidades condicionais tem elementos não nulos fora da diagonal principal, e os valores das probabilidades  $P(Y)$  resultam diferentes dos valores das probabilidades  $P(X)$ .

A equivocação  $H(Y, X)$  é um escalar que sintetiza o grau de equívocos que ocorre na transmissão de dados em um sistema avaliado por meio de uma função de similaridade. O valor da equivocação é tanto maior quanto maior for a presença de valores de grau de similaridades diferentes de zero na matriz de similaridades. Este valor permite concluir acerca da eficiência do sistema de comunicação. Para o caso em que se tenha matriz de similaridades igual a uma matriz identidade, a equivocação será zero, porque neste caso não existem similaridades entre os elementos do conjunto  $Y$ . No sentido oposto, quando existem valores de similaridade entre os elementos do conjunto  $Y$ , então, pode haver equívoco ao ser realizada a sua interpretação. O escalar equivocação é obtido de:



$$H(Y, X) = - \sum_{x \in X} p(x) \sum_{y \in Y} p(y, x) \log_2 p(y, x) \quad (4.4)$$

Nesta expressão,  $p(x)$  representa o valor de cada uma das probabilidades dos elementos do conjunto  $X$ . Os valores de  $p(y, x)$  representam as probabilidades condicionais dos elementos do conjunto  $Y$ . A equivocação aumenta com o aumento da ocorrência de similaridades.

A informação útil  $R$  é o outro escalar que permite inferir acerca da eficiência do sistema de comunicação. A informação útil  $R$  é diretamente proporcional à eficiência do sistema, ou seja, tem comportamento inverso ao comportamento da equivocação. Quanto maior a equivocação menor a informação útil e vice-versa. O valor da informação útil  $R$  é dado por:

$$R = H(Y) - H(Y, X) \quad (4.5)$$

Para o caso da matriz de similaridades resultar na matriz identidade o valor da informação útil será máximo. Em qualquer outra situação da matriz de similaridade a informação útil será menor. A informação útil será igual a zero quando todo elemento do conjunto  $Y$  se confundir com todo elemento do conjunto  $X$ . Isso resultará numa matriz de similaridades que tem todos os elementos iguais a 1. Este será o caso mais desfavorável.

A aplicação da TMC a um sistema de comunicação tem por finalidade a determinação da capacidade  $C$  do canal de comunicação que é dada como o máximo valor de informação útil  $R$  para o sistema. A utilização de uma função que expresse a similaridade entre os elementos produzidos como resultado da comunicação trazem informação acerca de seu nível de similaridade.

Bjorke (BJORKE 1996, p.87) relaciona a TMC com a Cartografia na fase de projeto cartográfico para a verificação da eficiência alcançada na comunicação quando uma representação é produzida iterativamente. O mesmo autor propõe uma sistematização da aplicação da TMC a problemas de cartografia, em que define quatro passos a serem satisfeitos. Estes passos são: a determinação da fonte de dados; o

estabelecimento do modelo estocástico; o estabelecimento do modelo de entropia; e a definição do critério de rejeição.

Na aplicação da TMC a problemas de Cartografia, os aspectos mais importantes são a determinação da função que expressa a similaridade observável ou presente nos dados e a determinação do valor do(s) parâmetro(s) para esta função de similaridade. A função de similaridade representa a avaliação de um conjunto de dados de cartografia segundo algum ponto de vista, expressão de alguma condição ou critério cartográfico para comunicação de dados.

## **5 GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA DE GRADES RETANGULARES REGULARES COM A TEORIA MATEMÁTICA DA COMUNICAÇÃO**

### **5.1 QUANTIDADE DE INFORMAÇÃO CARTOGRÁFICA, ESCALA DE REPRESENTAÇÃO E ENTROPIA**

A quantidade de informação de uma base de dados cartográficos é o montante de informação necessária para atingir o propósito para o qual a base de dados se destina. A determinação da quantidade de informação de uma representação cartográfica ou de uma base de dados cartográficos é uma tarefa complexa e necessária para a generalização cartográfica (MULLER, 1995). Segundo Jones (JONES 1997, p. 275) uma tentativa na direção da avaliação da quantidade de informação de uma representação cartográfica pode ser obtida pela aplicação da lei de Töpfer, cuja proposição é relacionar números de feições antes e depois da generalização cartográfica.

A determinação da informação que deverá estar presente numa representação cartográfica, ou de uma base de dados, ocorre na fase de projeto cartográfico. No mapeamento convencional, os dados são coletados considerando a posição e espaço disponível na representação final, neste caso o papel. Por outro lado, no mapeamento digital os dados podem ser oriundos de diversas fontes, ter diferentes precisões e representar diferentes conteúdos. Na Cartografia Digital, há mais abstração na definição e tratamento dos dados, e os dados podem ser usados com maior flexibilidade para a derivação de diferentes visualizações.

A escala desempenha papel decisivo nas fases de coleta e visualização de dados porque o custo da coleta é uma parte significativa do custo de um produto cartográfico. Além disso, a escala é o fator determinante do espaço disponível para a representação. O custo da coleta de dados é altamente dependente da precisão do método de coleta, bem como da quantidade de informação a ser coletada. A escala é um fator que determina limites nas visualizações realizadas em sistemas computacionais. Em sistemas computacionais, as ferramentas comuns permitem realizar tanto ampliações quanto reduções de escala de visualização. Nas operações de redução podem ser

produzidas visualizações sobrecarregadas que prejudicam a comunicação. Por outro lado, se for realizada uma ampliação muito grande pode haver prejuízo da forma dos elementos gráficos, além de produzir o falso aspecto de maior precisão.

Pode-se associar uma quantidade de informação a uma representação digital da superfície topográfica. A aplicação da TMC a uma grade retangular regular permite dizer que para uma grade retangular qualquer, cuja escala determinante do procedimento de coleta de dados seja  $E$  e que tenha resolução  $r$ , existe um valor de informação útil  $R$ , tal que  $R$  seja máximo em presença da aplicação de um critério de similaridade  $\mu$ , baseada num valor de tolerância  $t$ , (Fig. 5.1). Supondo-se uma grade  $G_1$  e outra  $G_2$ , com escalas  $E_1$  e  $E_2$ , com resoluções  $r_1$  e  $r_2$  respectivamente, pode-se afirmar que devem existir valores de informação útil  $R_1$  e  $R_2$ , ambos baseados no mesmo critério de similaridade  $\mu$ , porém com diferentes valores para o parâmetro de tolerância  $t$ , que são apropriados para os dados das respectivas grades retangulares regulares, (Fig. 5.2). A adoção de uma função de similaridade determina um único critério de avaliação do MDT, de modo independente de escala e de resolução. Deve-se perceber que o critério de similaridade é único para os dois MDT, no entanto, o valor do parâmetro de tolerância  $t$  é diferente.

FIGURA 5.1 - CARACTERÍSTICAS DE UMA GRADE RETANGULAR REGULAR DO PONTO DE VISTA DA TMC

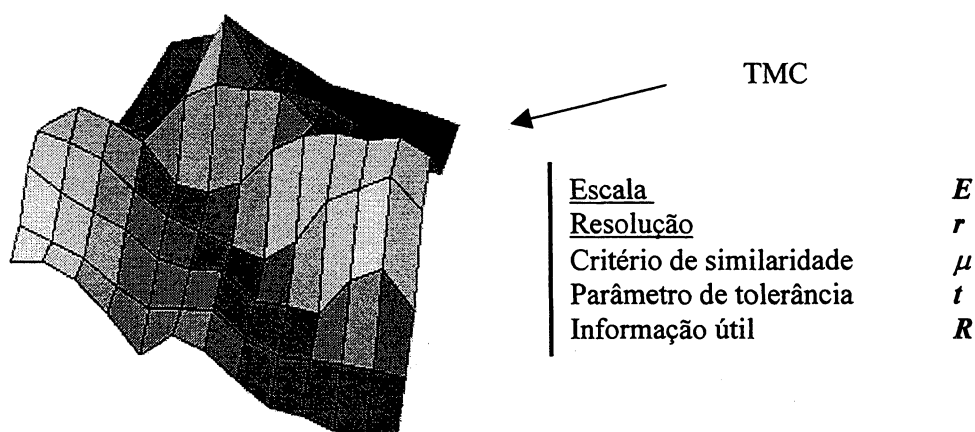
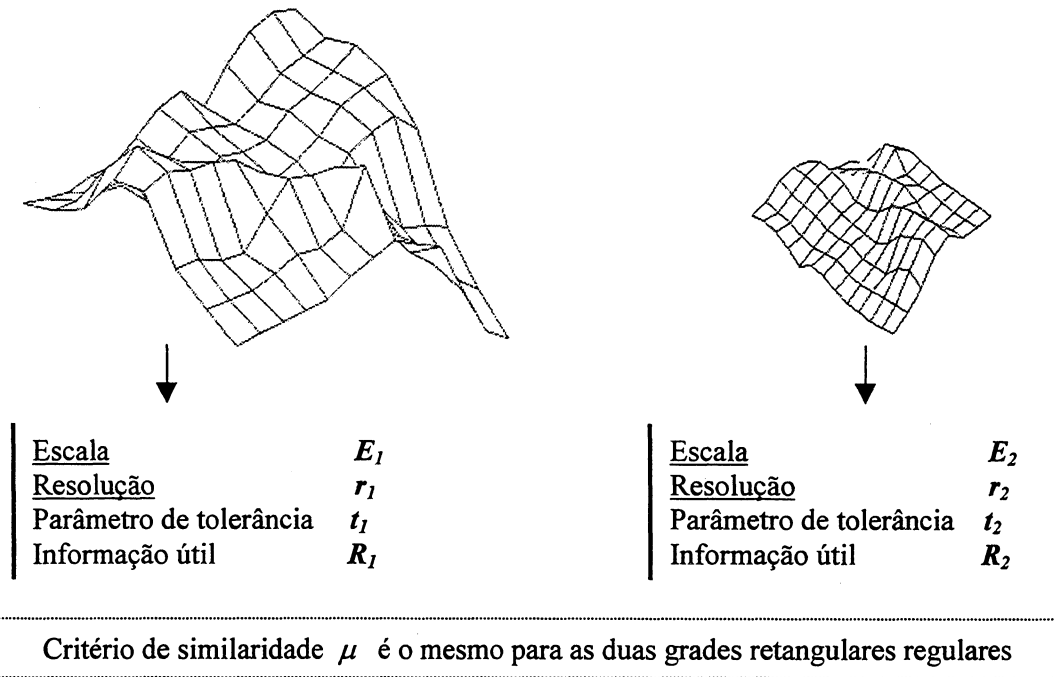
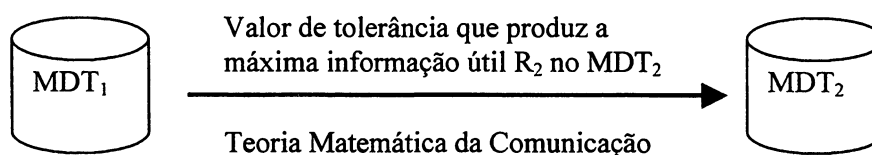


FIGURA 5.2 - CARACTERÍSTICAS DE DUAS GRADES RETANGULARES REGULARES DO PONTO DE VISTA DA TMC



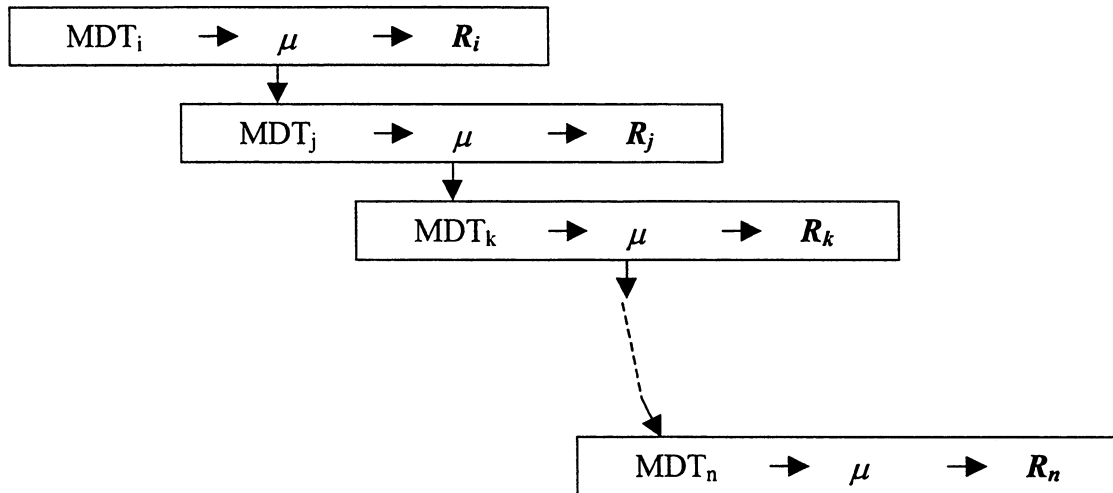
Supondo-se que existam duas grades retangulares MDT para representar a mesma região,  $MDT_1$  e  $MDT_2$ , porém em escalas diferentes,  $E_1$  e  $E_2$ , cada um com seus valores de tolerância,  $t_1$  e  $t_2$  e informação útil,  $R_1$  e  $R_2$ . Pode-se dizer que deve haver alguma relação entre os valores do critério de tolerância  $t_1$  e  $t_2$ , e que o  $MDT_2$  pode ser formado por um subconjunto dos dados do  $MDT_1$ . Avaliando as duas representações da mesma superfície segundo o mesmo critério de similaridade, porém usando os valores para a tolerância adequado a cada MDT deve-se ter a máxima informação útil nos dois MDT. Esta consideração permite adotar a hipótese “pode-se derivar um  $MDT_2$  a partir de um  $MDT_1$ , usando um valor de tolerância apropriado para o  $MDT_2$  com os dados do  $MDT_1$ ” (Fig. 5.3). O  $MDT_2$  deve ter os valores de resolução  $r_2$  e informação útil  $R_2$ , de tal forma que sejam coerentes com a superfície para a escala  $E_2$ , diante da aplicação do critério de similaridade e do valor de tolerância  $t_2$ . A escala  $E_2$  é obrigatoriamente menor do que a escala  $E_1$ , e como conseqüência deve existir a relação  $r_1 > r_2$  entre as resoluções, considerando que menor resolução implica maior afastamento entre pontos, e portanto em generalizar a informação cartográfica.

FIGURA 5.3 - DERIVAÇÃO DE UM MDT A PARTIR DE OUTRO



A derivação de um  $MDT_2$  a partir de um  $MDT_1$  deve proporcionar um conjunto de dados com o mesmo nível de informação útil  $R_2$ , se os dados já existissem para a escala  $E_2$ . A aplicação do parâmetro de tolerância  $t_2$  ao conjunto de dados, cujo parâmetro apropriado é  $t_1$ , implica maior ocorrência de similaridades entre os dados, do que o parâmetro  $t_1$  aplicado aos mesmos dados. A ocorrência de maior número de similaridades acarreta maior valor para a entropia  $H(Y)$ , (Eq. 4.1) consequentemente maior valor para a equivocação  $H(Y,X)$ , (Eq. 4.4), e por fim, menor valor para a informação útil  $R$  (Eq. 4.5). O surgimento de similaridades é interpretado como prejuízo da comunicação, ou como presença de dados que não proporcionam informação segundo o conceito expresso no critério de similaridade e no valor de tolerância. A ocorrência de similaridades também pode ser interpretada como existência de informação excessiva. A redução da ocorrência de similaridades pode ser realizada iterativamente pela remoção de dados que não proporcionam informação. No subconjunto de dados obtido por remoção estão ausentes aqueles dados que proporcionaram valores altos de similaridade. De modo iterativo, o conjunto de dados vai sendo reduzido juntamente com a ocorrência de similaridades, por outro lado a informação útil vai aumentando, até a situação em que o conjunto de dados é suficiente para o uso na escala  $E_2$ , (Fig. 5.4). Nesta figura,  $MDT_i$  representa o MDT inicial,  $\mu$  indica a aplicação da função de similaridade aos dados,  $R_i$  representa a informação útil calculada para o  $MDT_i$  avaliado com a função de similaridade  $\mu$  segundo um valor de tolerância  $t_2$ . Pela avaliação da ocorrência e pelos valores de similaridade na matriz de similaridades, pode-se reduzir o montante de dados do  $MDT_i$  e produzir o  $MDT_j$ , ao qual o processo de cálculo de similaridades e de informação útil é aplicado novamente.

FIGURA 5.4 - APLICAÇÃO SUCESSIVA DO CRITÉRIO DE SIMILARIDADE E TOLERÂNCIA  $T$  E A DA REDUÇÃO DE DADOS A UM MDT.



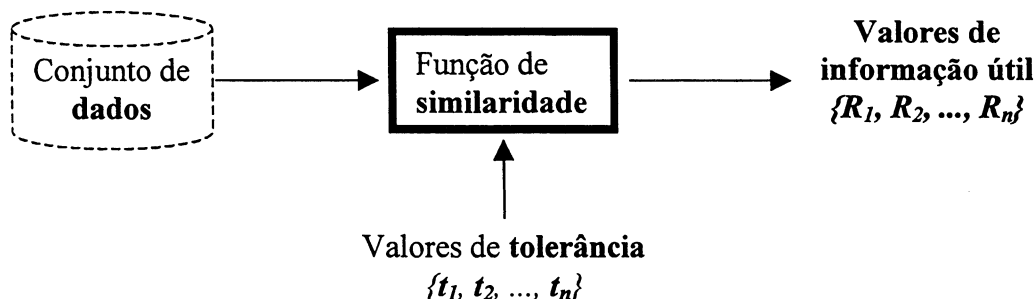
O processo é iterativo e termina quando só existirem similaridades admissíveis para o critério expresso na função de similaridade, usando o valor de tolerância  $t_2$  apropriado para a escala  $E_2$ . O valor de  $R_n$  é aproximadamente igual ao valor  $R_2$ , valor obtido pela aplicação do critério de similaridade com uma tolerância  $t_2$  a um  $MDT_2$ . Portanto, o  $MDT_n$  é aproximadamente igual ao  $MDT_2$ . O MDT resultante deste processo pode ter resolução variável, uma vez que os subconjuntos formados para cada cálculo são progressivamente menores. O aspecto mais importante da TMC neste processo é a determinação de uma função de similaridade capaz de permitir realizar o cálculo do valor da informação útil, para um MDT, apropriado para uma escala e com uma resolução condizente com a escala e com as variações do relevo.

## 5.2 REQUISITOS PARA APLICAÇÃO DA TEORIA MATEMÁTICA DA COMUNICAÇÃO A UM MDT

A aplicação da Teoria Matemática da Comunicação a um problema de comunicação requer a identificação de uma fonte de dados. Para o caso de um Modelo Digital de Terreno- MDT, a fonte de dados é o conjunto das coordenadas tridimensionais  $(x,y,z)$  dos pontos da grade retangular regular. Deve ser identificada uma propriedade na fonte de dados que, em presença de variação, permita refletir uma variação na informação útil  $R(X)$ , para que se possa estabelecer uma função de similaridade  $\mu(x,y)$ . Na Figura 5.5 apresenta-se o relacionamento entre o conjunto de

dados, uma função de similaridade que trata de uma variação sobre os dados, os valores de tolerância para a função de similaridade e os valores de informação útil  $R(X)$ .

FIGURA 5.5 - APLICAÇÃO DE DIFERENTES VALORES DE TOLERÂNCIA PARA UMA FUNÇÃO DE SIMILARIDADE A UM MESMO CONJUNTO DE DADOS.



A utilização de diferentes tolerâncias  $t_i$  aplicadas ao mesmo conjunto de dados usando o mesmo critério de similaridade conduz a diferentes valores de informação útil  $R_i$  (Eq. 4.5). Pela TMC quanto maior for o valor da informação útil  $R$  tanto menor será a ocorrência de similaridades e, conseqüentemente melhor será a comunicação.

As coordenadas planimétricas de uma representação do terreno na forma de grade retangular regular têm uma organização tal que os pontos estão alinhados segundo a direção do eixo  $X$  ou, o que é o mesmo, alinhados segundo a direção do eixo  $Y$ . As resoluções  $rx$  e  $ry$  dos alinhamentos de pontos são constantes e conhecidas.

A cada subconjunto de coordenadas planimétricas que apresenta o mesmo valor para a coordenada  $x$  tem-se uma seção vertical do terreno, que neste caso é paralela ao eixo  $Y$ . O mesmo ocorre em relação ao eixo  $X$ , tomando-se como base subconjuntos de coordenadas planimétricas que tem o mesmo valor para a coordenada  $y$ . Deste ponto de vista, um MDT pode ser considerado como formado por dois ou mais subconjuntos de pontos cuja organização está na forma de seções verticais paralelas do terreno. O afastamento entre as seções verticais paralelas do terreno será o elemento variável no MDT a ser utilizado no cálculo da similaridade e da informação útil  $R$ .

No modelo de similaridade desenvolvido para uma grade retangular regular considera-se que quanto menor o desnível entre pares de pontos de duas seções verticais paralelas do terreno maior será a similaridade entre as duas seções. A

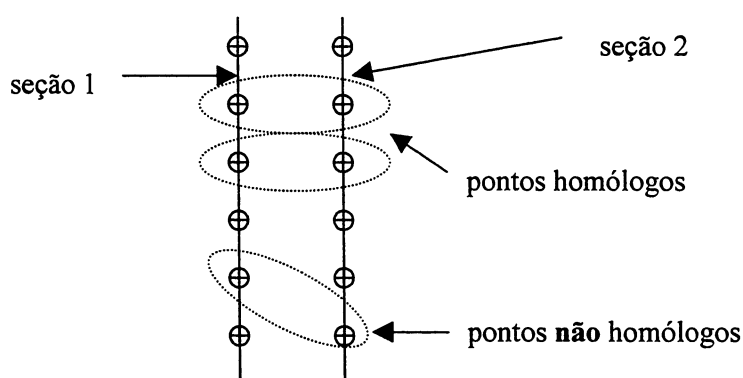


similaridade é função de uma grandeza que descreve o afastamento entre pontos pertencentes a duas seções do terreno, ou seja, a similaridade entre duas seções verticais paralelas do terreno é função das coordenadas dos pontos e do desnível entre pontos destas seções, (Eq. 5.1).

$$\mu(x, y) = f(X, Y, Z, \Delta h) \quad (5.1)$$

Para o cálculo da similaridade são calculados apenas os desníveis  $\Delta h$  para os pontos homólogos. Pontos homólogos são aqueles pontos que pertencem a duas seções verticais paralelas do terreno e têm a mesma coordenada  $y$  para o caso de seções paralelas ao eixo  $Y$ . O mesmo cálculo pode ser realizado para os pontos pertencentes às seções paralelas ao eixo  $X$ , e que têm a mesma coordenada  $x$  (Fig. 5.6).

FIGURA 5.6 - PONTOS HOMÓLOGOS DE DUAS SEÇÕES VERTICAIS PARALELAS DO TERRENO



Quanto menores forem os desníveis entre os pontos homólogos de duas seções verticais paralelas do terreno maior será a sua similaridade, maior será o valor da equivocação e maior será a influência sobre a redução do valor de informação útil  $R$ . Quando a superfície representada for suave deverão ocorrer mais similaridades do que quando a superfície representada for acidentada.

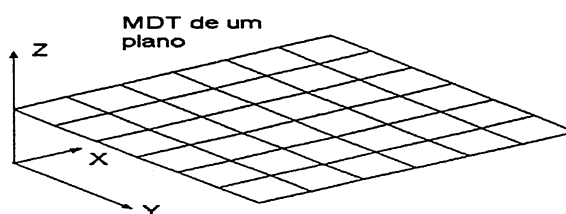
A aplicação de um modelo de similaridade tem comportamento previsível ou conhecido para o caso de algumas superfícies teóricas, assim consideradas por serem

de ocorrência pouco provável em grandes regiões da superfície topográfica. Exemplos destas superfícies são um plano horizontal e a superfície de um cone.

Para o caso do plano horizontal (Fig. 5.7), todos os pontos de todas as seções terão o mesmo valor de altitude e produzirão desnível igual a zero, o que indica a máxima contribuição para o valor da similaridade entre as seções. Como todos os desníveis serão iguais a zero, a similaridade entre cada par de seções verticais paralelas do terreno será máxima, isto é, assumirá o valor máximo que é a unidade. Como todas as seções têm a mesma altitude, todos os valores de similaridade obtidos da comparação de cada seção com todas as outras será máximo. Como os valores de similaridade entre cada par de seções comparadas é um elemento da matriz de similaridades, no caso do plano a matriz de similaridades tem todos os elementos iguais a 1. Todas as seções serão similares a todas. A informação útil  $R$  será a menor possível e resultará em valor tanto menor, em comparação com a entropia  $H(X)$  dos dados originais, quanto maior for o número de seções existentes no MDT.

Na superfície do plano horizontal sempre existirão as similaridades máximas entre as seções, qualquer que seja a resolução da grade retangular regular. A existência de similaridade alta implica excesso ou redundância de dados, isto é, há mais dados do que o necessário para transmitir a mesma informação. Mesmo excluindo seções, a similaridade ainda continuará alta em função de que as seções têm a mesma altitude. Além disso, a informação útil  $R$  resultará a mesma qualquer que seja a orientação da grade.

FIGURA 5.7 - GRADE RETANGULAR REGULAR DE UM PLANO HORIZONTAL

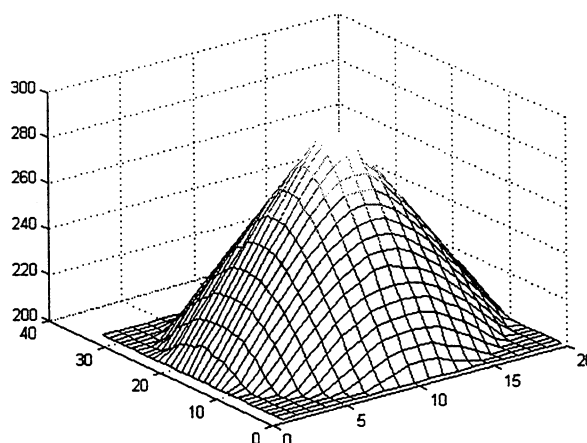


A representação de um cone com o eixo de simetria na vertical conduz a uma grade retangular regular com alta simetria (Fig. 5.8). Para determinar valores de

similaridade deve-se definir um valor para a tolerância, uma vez que existem desníveis diferentes de zero ao longo das seções verticais paralelas da superfície. A orientação da grade de pontos tem pouca influência sobre a similaridade, no entanto, a resolução e a tolerância são relevantes.

A variação na resolução do MDT pode ter dois resultados extremos. O primeiro extremo é a representação da superfície com resolução muito alta, o que resulta numa representação favorável à ocorrência de similaridades. O segundo extremo é a representação da superfície com uma resolução tão baixa que pode ocasionar a perda total da informação do cone, situação em que toda a superfície do cone fica interna a quatro vértices da grade, e portanto toda a informação do cone é perdida.

FIGURA 5.8 - GRADE RETANGULAR REGULAR DA SUPERFÍCIE DE UM CONE COM EIXO DE SIMETRIA NA POSIÇÃO VERTICAL



### 5.3 CRITÉRIO DE CÁLCULO DA SIMILARIDADE

O cálculo da similaridade de um par de seções verticais paralelas do terreno está baseado no desnível entre pontos que pertencem às duas seções. O desnível a ser calculado é aquele determinado para cada par de pontos homólogos (Fig. 5.6) contidos nos alinhamentos que são perpendiculares ao alinhamento das seções. O valor da similaridade pode ser calculado de dois modos diferentes, ambos baseados na comparação do desnível com um valor de tolerância. Por comparação entre um desnível  $\Delta h$  e o valor de tolerância  $t$  pode-se ter três possibilidades: a) o valor do

desnível é maior do que o valor da tolerância,  $\Delta h > t$ ; b) o valor do desnível é menor do que o valor da tolerância,  $\Delta h < t$ ; ou c) o valor do desnível é igual ao valor da tolerância,  $\Delta h = t$ . As possibilidades *b* e *c* foram agrupadas, o que resultou em  $\Delta h \leq t$ . Assim da comparação entre o desnível  $\Delta h$  e a tolerância  $t$  distingue entre desníveis maiores do que a tolerância e desníveis menores ou iguais à tolerância. Quando o desnível  $\Delta h$  entre dois pontos homólogos for menor ou igual à tolerância  $t$ , este desnível é usado de forma que o valor da similaridade entre as duas seções verticais paralelas do terreno seja incrementado. Quando o desnível  $\Delta h$  for maior do que a tolerância  $t$ , o desnível não é usado no incremento do valor da similaridade entre as duas seções verticais paralelas do terreno que estão sendo comparadas. Nas Figuras 5.9 a 5.11 estão mostrados graficamente os desníveis menores do que a tolerância e os desníveis maiores do que a tolerância, isto é, os desníveis que participam, e os desníveis que não participam, do incremento do valor da similaridade. Nestas figuras foram representadas duas seções paralelas e foram escolhidos valores de tolerância  $t$  de tal modo que se obtivesse: a) similaridade nula, isto é, nenhum desnível  $\Delta h$  é menor do que um valor de tolerância ( $t_1$ ), (Fig. 5.9); b) similaridade no intervalo  $[0,1]$ , isto é, alguns desníveis são menores do que a tolerância e outros desníveis são maiores do que um valor de tolerância ( $t_2$ ), (Fig. 5.10); e c) similaridade máxima, isto é, alcança o valor 1 porque todos os desníveis são menores do que o valor da um valor de tolerância ( $t_3$ ), (Fig. 5.11). Os valores de tolerância apresentam o seguinte relacionamento  $t_1 > t_2 > t_3$ . Quanto menor a tolerância menor, a similaridade ou, no sentido oposto, quanto maior a tolerância maior será a similaridade, assim  $\mu_1 > \mu_2 > \mu_3$ . Os valores de tolerância não foram representados graficamente. Os valores representados em linha tracejada correspondem a desníveis que não incrementam o valor da similaridade, e os valores representados em linha cheia incrementam.

São usados dois critérios para realizar o cálculo da similaridade usando o conhecimento de quais desníveis são menores do que a tolerância. O primeiro critério considera o número de desníveis menores do que a tolerância, e o segundo considera a soma dos desníveis dos pontos homólogos menores do que a tolerância.

Para o propósito da determinação de sua similaridade, as seções podem ser caracterizadas como o conjunto de coordenadas  $\{x_i y_1 z_1, x_i y_2 z_2, \dots, x_i y_n z_n, x_j y_1 z_1, x_j y_2 z_2, \dots, x_j y_m z_m\}$ , em que os índices  $i$  e  $j$  indicam duas seções diferentes, cada uma com seu número de pontos  $n$  e  $m$ . Os números  $n$  e  $m$  podem ser iguais ou não, isso dependerá da conformação da região. Se a região tiver limite regular,  $n$  será igual a  $m$  e haverá apenas quatro alinhamentos limite e se a região tiver limite irregular haverá situações em que  $n$  poderá ser igual a  $m$  e haverá mais de quatro alinhamentos limite.

FIGURA 5.9 - VISUALIZAÇÃO DOS DESNÍVEIS ENTRE DUAS SEÇÕES PARA UMA TOLERÂNCIA  $t1$  (MENOR DO QUE TODOS OS DESNÍVEIS)

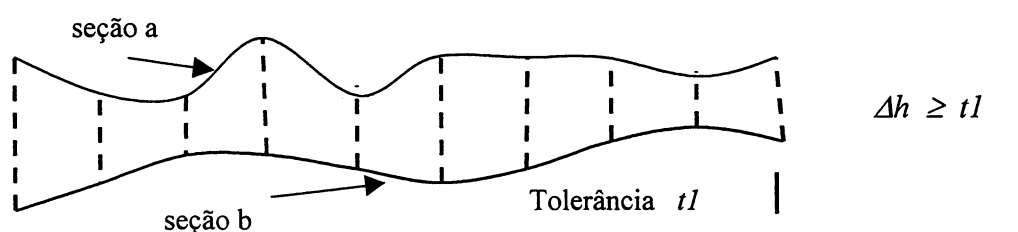


FIGURA 5.10 - VISUALIZAÇÃO DOS DESNÍVEIS ENTRE DUAS SEÇÕES PARA UMA TOLERÂNCIA  $t2$

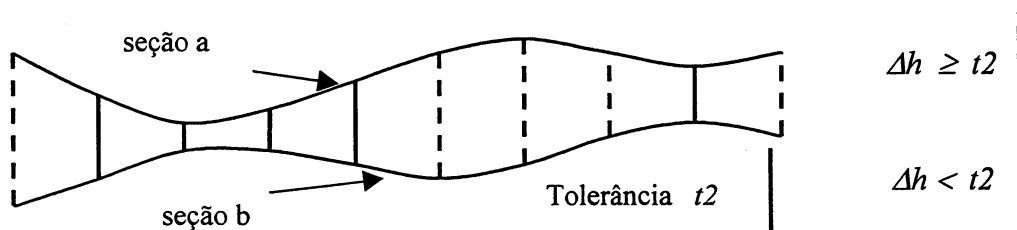
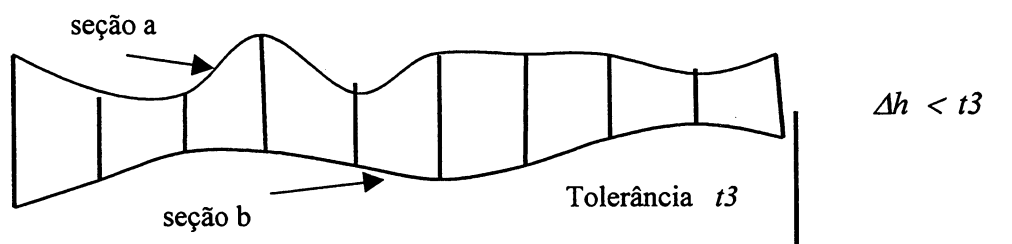


FIGURA 5.11 - VISUALIZAÇÃO DOS DESNÍVEIS ENTRE DUAS SEÇÕES PARA UM VALOR DE TOLERÂNCIA  $t3$ .



### 5.3.1 Número de Desníveis Similares

O número de desníveis entre pontos homólogos que devem contribuir para o cálculo da similaridade é dividido pelo número total de pontos homólogos do par de seções verticais do terreno. A similaridade nesse caso é dada por:

$$\mu(s_i, s_j) = \frac{n_{ph}}{N_{tph}} \quad (5.2)$$

Nesta expressão,  $s_i$  e  $s_j$  representam as duas seções,  $n_{ph}$  representa o número de pontos homólogos para os quais o desnível foi menor, ou igual, à tolerância, e  $N_{tph}$  representa o número total de pontos homólogos para o par de seções verticais do terreno em comparação.

Neste critério não se consideram os valores dos desníveis, apenas se determina se o par de pontos homólogos tem, ou não, desnível menor do que a tolerância. O valor calculado com esta expressão está contido no intervalo  $[0,1]$ , como estabelecido pela Teoria Matemática da Comunicação (BJORKE 1996, p. 83).

A aplicação deste critério leva a uma das três situações de similaridade:

- a) quando não houver valores de desnível menores do que a tolerância  $n_{ph} = 0$  e  $\mu = 0$ , as duas seções não serão similares segundo o critério e valor de tolerância adotados;
- b) quando  $n_{ph} < N_{tph}$ , o valor da similaridade estará compreendido no intervalo  $\mu > 0$  e  $\mu \leq 1$ ; e
- c) quando  $n_{ph} = N_{tph}$ , o valor de similaridade alcança seu máximo valor, isto é,  $\mu = 1$ .

Este modo de cálculo de similaridade apenas classifica os desníveis e não leva em consideração a sua magnitude. O valor da similaridade é determinado apenas pela existência dos desníveis cujos valores são menores do que o valor da tolerância.

### 5.3.2 Soma dos Desníveis Similares

Com o critério da soma dos desníveis similares somam-se os desníveis entre os pontos homólogos cujos os valores forem menores ou iguais ao valor da tolerância e

por fim divididos pela soma dos desníveis entre todos os pontos homólogos do par de seções verticais que estão sendo comparadas. A similaridade para este caso é dada por:

$$\mu(s_i, s_j) = \frac{\sum_{k=1}^{n_{ph}} \Delta h_k}{\sum_{l=1}^{N_{tph}} \Delta h_l} \quad (5.3)$$

Os elementos  $s_i$ ,  $s_j$ ,  $n_{ph}$  e  $N_{tph}$  desta expressão têm o mesmo significado dos elementos da expressão anterior (Eq. 5.2). A quantidade  $\sum \Delta h_k$ , com  $k = 1, \dots, n_{ph}$ , representa o somatório dos desníveis cujo valor é menor ou igual à tolerância e  $\sum \Delta h_l$ , com  $l=1, \dots, N_{tph}$ , representa o somatório de todos os desníveis calculados para o par de seções verticais do terreno.

Este critério leva a uma das três situações de similaridade:

- a) quando não houver valores de desnível menores do que o valor da tolerância  $t$ , o valor de  $n_{ph}$  será nulo e o numerador da equação 5.3 também será nulo, ou seja, não existirão desníveis a somar, o que implica similaridade nula,  $\mu = 0$ ;
- b) quando  $n_{ph} < N_{tph}$ , o numerador da equação 5.3 será composto pela soma dos desníveis de um subconjunto do conjunto de desníveis possíveis para o par de seções verticais do terreno, e a similaridade terá um valor diferente de zero e diferente de um,  $(0 < \mu < 1)$ ; e
- c) quando  $n_{ph} = N_{tph}$ , os valores do numerador e do denominador serão iguais, indicando que todos os desníveis entre os pontos homólogos do par de seções verticais do terreno são menores do que o valor de tolerância, ou seja, as duas seções são completamente similares ( $\mu = 1$ ), diante do critério de similaridade e valor de tolerância.

#### 5.4 MÉTODO DA REMOÇÃO PROGRESSIVA

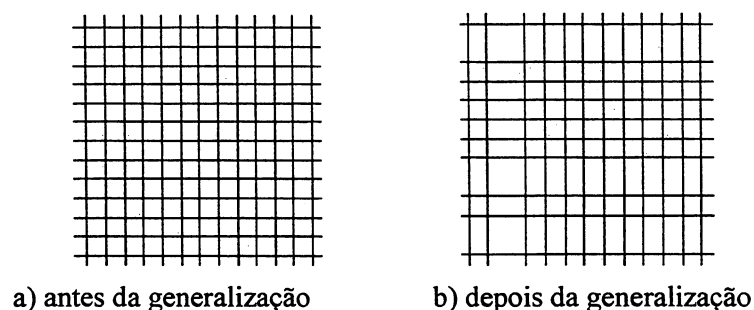
Para a realização do processo de remoção progressiva é necessário conhecer os valores de similaridade de cada seção vertical do terreno com todas as seções da grade. No método da remoção progressiva considera-se que quando uma seção vertical do

terreno apresentar similaridade com mais do que duas seções vizinhas consecutivas, então há seções com informação em excesso.

Inicia-se a avaliação do número de similaridades a partir da primeira seção, ou seção mais a Oeste, que passa a ser considerada como seção *base*. A seção *base* é comparada com a seção *base+1* da grade. Se as seções *base* e *base+1* forem similares, isto é, tiverem valor de similaridade diferente de zero busca-se a similaridade entre as seções *base* e *base+2*. Se estas duas últimas seções forem similares em qualquer grau entende-se que a seção *base+1* pode ser removida dos dados. Quando uma seção é removida, a seção seguinte a esta é tomada como *base* e o processo de busca das similaridades se repete. Se a seção *base* não apresentar similaridade com a seção *base+1*, esta passa a ser a nova seção *base* e o processo continua. As seções verticais do terreno que contêm a máxima altitude e a mínima altitude não são removidas.

O processo de remoção é aplicado tanto para as seções formadas pelos pontos alinhados segundo paralelas ao eixo Y quanto seções paralelas ao eixo X. Dessa forma são removidas seções paralelas aos dois eixos coordenados (Fig. 5.12). A grade resultante continua sendo retangular porém será formada por regiões irregulares. O processo termina quando não houver mais do que duas seções verticais do terreno consecutivas com algum grau de similaridade.

FIGURA 5.12 - MALHAS RETANGULARES: A) ANTES DA GENERALIZAÇÃO E B) APÓS A GENERALIZAÇÃO



Antes da generalização a grade retangular é regular, isto é, tem resolução constante e após a generalização a grade passa a ter resolução variável e contempla faces com a resolução original e faces com resolução dada por múltiplos dos valores



de resolução da grade original. Cada face é conhecida pelas quatro coordenadas que determinam uma região retangular no plano.

Quando se realiza a remoção de seções verticais do terreno formadoras da grade original, considera-se que os pontos que pertencem a estas seções são excessivos e desnecessários para realizar a representação da superfície. A remoção de pontos das seções verticais do terreno resulta na redução de declividade, a não ser que os pontos removidos pertençam a faces coplanares. Portanto, as faces maiores, que são geradas como resultado da aplicação do método de remoção progressiva de seções verticais do terreno, devem preservar a declividade da superfície que pode ser obtida pela determinação das declividades de todas as faces originais.

## 5.5 VARIAÇÃO NA ORIENTAÇÃO DAS LINHAS DA GRADE RETANGULAR REGULAR

Na representação da superfície topográfica por meio de modelos digitais de terreno, pelo método da grade retangular regular, considera-se que os pontos estão organizados em linhas de pontos com orientação coincidente com a direção dos eixos de coordenadas. Para avaliar a possível influência da orientação da malha em relação à superfície topográfica sobre os resultados de informação útil  $R$ , (Eq. 4.5), foram feitas mudanças na orientação desta malha (Fig. 5.13). Considerando-se que, a princípio, a malha tem orientação Norte-Sul e Leste-Oeste, podem ser feitas mudanças na orientação da malha de tal modo que outros pontos da mesma superfície possam ser usados como pontos homólogos.

A mudança de orientação da malha foi realizada pela aplicação de uma rotação ao conjunto de pontos originais. A rotação foi aplicada ao ponto médio da região representada no MDT. A aplicação de uma rotação implica amostrar novos pontos na malha original. A amostragem foi realizada por meio de interpolação bidirecional parabólica de terceiro grau de acordo com Doytsher e Hall (DOYTSSHER e HALL, 1997, p.1013-1020). A formulação para a aplicação da rotação encontra-se no Apêndice A e para a interpolação de altitudes está apresentada no Apêndice B.

A rotação da malha de pontos formadores das unidades de seções verticais paralelas do terreno incorre na variação de comprimento das seções, na variação do

número de pontos homólogos e em aumento do número de seções. A variação do comprimento das seções acarreta mudança nos valores de probabilidade visto que o critério para sua determinação leva em consideração o seu comprimento. Para contornar o problema da ocorrência de grades com seções de diferentes comprimentos, após a aplicação da rotação realizou-se um corte nos dados de forma a produzir uma grade retangular regular com borda circular (Fig. 5.14).

FIGURA 5.13 – SEÇÕES VERTICAIS DO TERRENO SEM ROTAÇÃO E COM ROTAÇÃO

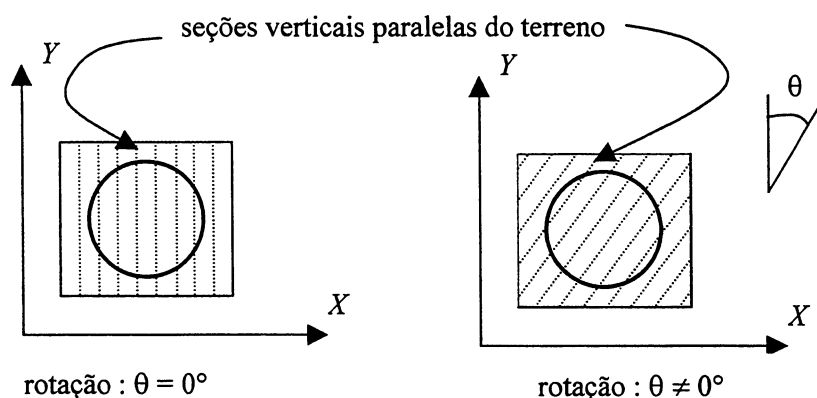
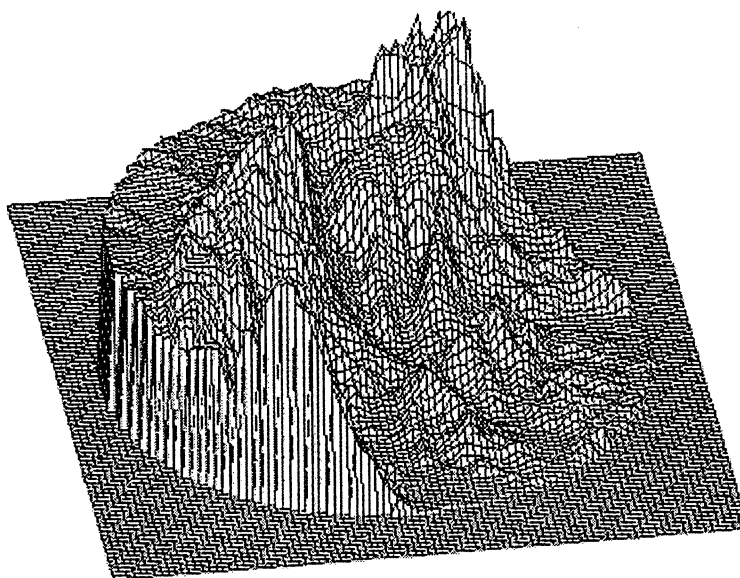


FIGURA 5.14 - MALHA RETANGULAR REGULAR COM LIMITE CIRCULAR



## 5.6 MÉTODO DA REMOÇÃO PROGRESSIVA COM MANUTENÇÃO DA DECLIVIDADE

O método da remoção progressiva é aplicado para proporcionar a remoção de seções verticais paralelas do terreno que são consideradas desnecessárias pelo critério expresso na função de similaridade. A remoção de seções verticais paralelas do terreno modifica a forma do terreno de modo a produzir sua suavização. Neste trabalho, a detecção da suavização de uma superfície é realizada pela análise da variação da declividade de uma superfície em uma distribuição em classes de frequências de declividade. O controle da manutenção da declividade da representação da superfície inicia-se pela determinação do número de classes de declividade, pelo cálculo das declividades de todas as faces da grade retangular regular e pelo cálculo do percentual da frequência de declividades para cada classe usando a grade retangular regular inicial. O processo de cálculo da declividade média é apresentado no Apêndice C.

Este procedimento é aplicado às seções com orientação Norte-Sul (N-S), e às seções com orientação Leste-Oeste (L-O). Cada um destes processamentos proporciona uma matriz de similaridades. A remoção das seções segue o procedimento já descrito no item 5.4. Se houver similaridades detectadas na primeira iteração, então é gerada uma grade retangular irregular. A declividade de cada uma das faces desta grade retangular irregular é calculada e seus valores usados no cálculo do percentual da frequência de declividades para as mesmas classes de declividade da avaliação inicial (que considera a representação original da superfície).

A diferença entre as frequências de declividade nas classes de frequência é calculada para estes valores correspondentes à representação original da superfície e à iteração realizada. A detecção de uma diferença na frequência dos valores de declividade maior do que o valor expresso no critério de tolerância, para variação de frequência indica que o processo iterativo deve terminar. O processo iterativo também pode ser finalizado se não houver variação no número de elementos da matriz de similaridades em duas iterações consecutivas. Caso não ocorram diferenças maiores do que a tolerância para variação em frequência de declividades, e ainda haja seções passíveis de apresentar similaridade, o processo iterativo é repetido.

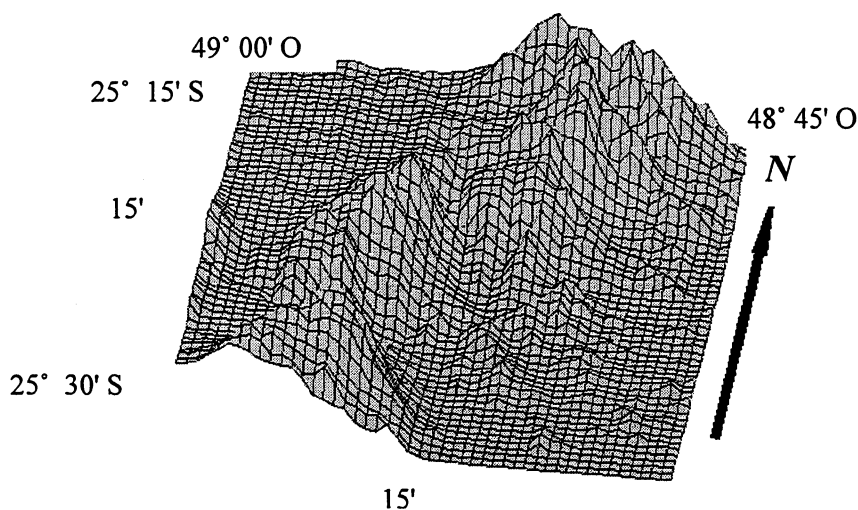
A aplicação do método de remoção progressiva com manutenção da declividade requer a definição dos valores de tolerância para o desnível entre pontos homólogos, e para a máxima variação percentual da frequência de declividades em uma classe de declividades. Quanto maiores forem as tolerâncias em desnível e em variação percentual da frequência maior será a suavização ocasionada na superfície.

## 6 MATERIAIS UTILIZADOS E PREPARO DOS DADOS

### 6.1 DADOS

Os dados utilizados nos experimentos são provenientes da Carta Topográfica Morretes-PR, SG22-X-D-II-3, de escala 1:50.000, que representa a região compreendida entre os paralelos  $\varphi_1 = 25^\circ 30'S$  e  $\varphi_2 = 25^\circ 15'S$ , e entre os meridianos  $\lambda_1 = 49^\circ 00'O$  e  $\lambda_2 = 48^\circ 45'O$ , produzida pela Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE datada de 1992 em segunda edição. A extensão da região na direção Norte-Sul é de aproximadamente 27,5km e na direção Leste-Oeste aproximadamente 25,5km. Nesta carta está representada uma região composta por uma parte da Serra do Mar na forma de um alinhamento sudoeste-nordeste que apresenta acentuados desníveis, uma parte de planície litorânea na região sudeste caracterizada por baixas altitudes, e com variação de altitude mais acentuada em sua porção noroeste, e uma parte de planalto na região noroeste (Fig. 6.1). Os dados derivados da carta topográfica são as coordenadas UTM obtidas da digitalização das curvas de nível mestras (100m).

FIGURA 6.1 REGIÃO DE ESTUDO



A resolução da grade retangular regular foi determinada a partir do relacionamento entre a escala da representação e a separação entre dois pontos na carta

(2mm). A relação fornece a resolução a partir da operação  $2mm/escala$ . Assim, a resolução  $r$  será dada por  $0,002m/(1/50.000)$  que resulta no valor 100m.

## 6.2 APLICATIVOS COMPUTACIONAIS

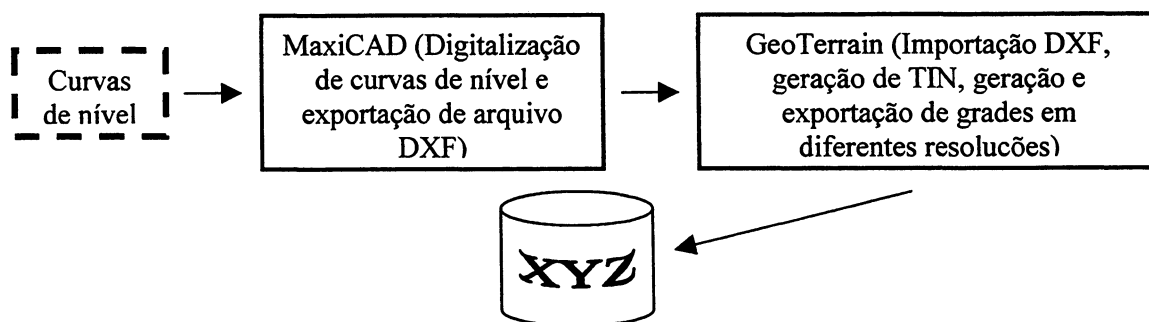
O programa MaxiCAD, da empresa MAXIDATA S.A., foi utilizado para a digitalização das curvas de nível. A etapa de digitalização não foi realizada como atividade deste trabalho de pesquisa. Os dados utilizados foram cedidos pelo Grupo de Pesquisa em Cartografia e Sistemas de Informação Geográfica do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da UFPR. O programa Microstation GeoTerrain foi utilizado para produzir os dados para posterior geração das grades retangulares regulares usadas nos experimentos.

Os programas que foram escritos na linguagem de programação do MATLAB 5.2, e que foram usados nesta pesquisa, podem ser agrupados em programas e funções voltadas ao preparo de dados para o processamento; processamentos relativos à TMC; processamentos para gerar a visualização e a visualização propriamente dita.

### 6.2.1 Coleta dos Dados

Os dados gerados com o programa MaxiCAD, por digitalização de curvas de nível, foram exportados no formato DXF para posterior importação pelo programa Microstation GeoTerrain. O programa GeoTerrain foi utilizado para exportar de dados como arquivos ASCII no formato *lattice* (.lat), (Fig. 6.2).

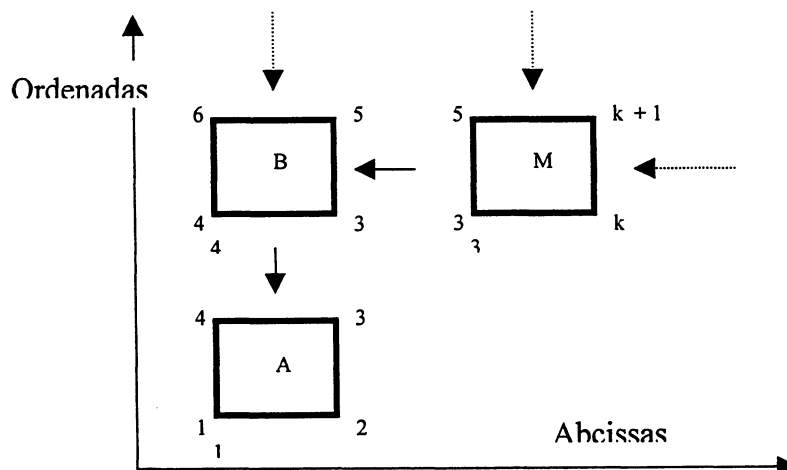
FIGURA 6.2 – FLUXO DOS DADOS NA FASE DE COLETA E PREPARO



Os dados exportados usando o programa GeoTerrain estão organizados em sucessivos conjuntos de cinco pontos {1,2,3,4,1} no sentido anti-horário, de tal forma

que o quinto ponto é igual ao primeiro do conjunto (Fig. 6.3). As abscissas dos pontos 1 e 4 são iguais e as abscissas dos pontos 2 e 3 são também iguais. As ordenadas dos pontos 1 e 2 são iguais e as ordenadas dos pontos 3 e 4 também são iguais. As linhas definidas pelos pontos 1 e 2 e pelos pontos 3 e 4 são paralelas, e as linhas definidas pelos pontos 1 e 4 e pelos pontos 2 e 3 também são paralelas. Uma sucessão destes conjuntos de pontos é responsável pela representação da superfície. No caso da Figura 6.3, o quadrilátero *B* é vizinho do quadrilátero *A* por compartilhar o lado 3-4, e o quadrilátero *M* é vizinho do quadrilátero *B* por compartilhar o lado 3-5. O ponto que tiver a menor abscissa e a menor ordenada é o primeiro ponto do primeiro quadrilátero, e o ponto que tiver a maior abscissa e a maior ordenada será o terceiro ponto do último quadrilátero do arquivo no formato *lattice*. A organização de dados adotada no programa GeoTerrain para exportação de dados admite regiões com contornos formados por quatro linhas, caso de uma região limitada por um retângulo ou um quadrado, e admite regiões irregulares, em que o número de linhas que limitam a região é maior do que quatro (Fig. 6.4).

FIGURA 6.3 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA ORGANIZAÇÃO DE DADOS NO ARQUIVO ASCII EXPORTADO DO GEOTERRAIN.



Os dados dos arquivos *lattice* são utilizados para a geração de matrizes retangulares ou quadradas  $\{X, Y, Z\}$  com os pontos da grade. Cada arquivo de dados produz três matrizes (Fig. 6.5). Para o caso das regiões irregulares, os vazios são

caracterizados na matriz de altitudes com o valor -999. A matriz  $X$  é composta por valores de coordenadas  $x$  crescentes de Oeste para Leste. Numa mesma coluna da matriz  $X$  os valores são idênticos, e a diferença entre quaisquer elementos de duas colunas sucessivas é igual à resolução do MDT na direção  $X$ . A matriz  $Y$  é composta por valores de coordenadas  $y$ , crescentes de Sul para Norte. Numa mesma linha todos os valores de coordenadas  $y$  são iguais. A diferença entre quaisquer elementos de duas linhas sucessivas é igual à resolução do MDT na direção  $Y$ . A matriz  $Z$  é composta pelas altitudes dos pontos definidos nas matrizes  $X$  e  $Y$ . Assim o primeiro ponto do MDT pode ser encontrado nas posições  $X(1,1)$ ,  $Y(1,1)$  e  $Z(1,1)$ .

FIGURA 6.4 - CONTORNOS DAS REGIÕES DESCRITAS POR QUADRILÁTEROS DE UM ARQUIVO ASCII DE EXPORTAÇÃO DO GEOTERRAIN

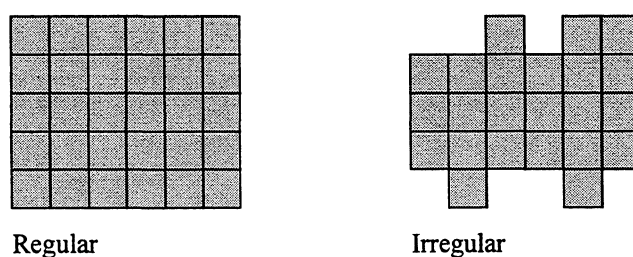
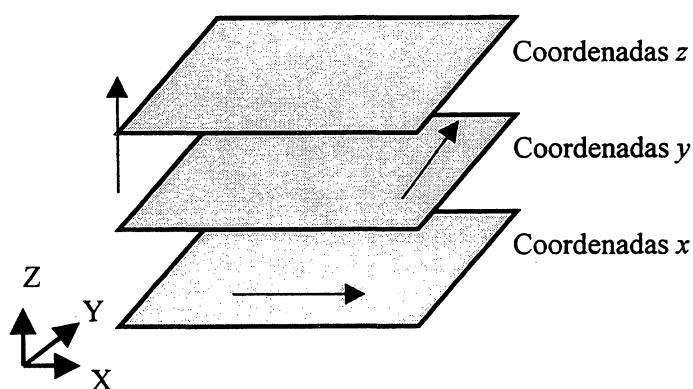


FIGURA 6.5 – COORDENADAS  $X$ ,  $Y$  E  $Z$  PARA USO NO AMBIENTE MATLAB



A forma de organização dos dados em matrizes apesar de ser redundante foi adotada por ser mais apropriada para realizar operações de visualização no ambiente MatLab. Os dados presentes nas matrizes  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  podem estar representando uma região irregular, porque o programa GeoTerrain admite regiões irregulares. As regiões



são armazenadas em matrizes retangulares ou quadradas, em que as posições que contêm o valor -999 indicam locais onde não há dados altimétricos. As linhas e colunas que contêm posições sem o valor altimétrico são eliminadas e novas matrizes  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  retangulares ou quadradas são produzidas, de tal modo que só haja valores de  $Z$  diferentes de zero.

## 6.3 PREPARO DOS DADOS

### 6.3.1 Variação em Resolução

Foram produzidas grades com várias resoluções para que fosse possível avaliar o comportamento do critério de similaridade para uma mesma região, representada com diferentes resoluções. As resoluções das grades retangulares regulares geradas foram de aproximadamente *100, 150, 200, 250, 500, 750 e 1000m*. As grades com resoluções menores do que *100m* não foram produzidas pela remoção de seções verticais do terreno. Isto quer dizer que a grade de resolução *200m*, por exemplo, não foi gerada pela remoção das seções pares que compõem a grade de resolução *100*.

Os valores das resoluções das grades regulares retangulares são aproximadamente os valores acima mencionados porque durante o procedimento de geração das grades apenas a opção de número de pontos que a grade deve ter  $np$  é apresentada pelo programa GeoTerrain. O valor  $np$  é usado internamente pelo programa GeoTerrain para estabelecer o número de linhas  $nl$  e o número de colunas  $nc$  da grade retangular regular de tal modo que a expressão  $np = nl \times nc$  seja verdadeira. O estabelecimento de um valor de número de pontos é realizado usando os valores das amplitudes  $\Delta N$  e  $\Delta E$  e um valor de resolução desejado  $rx = ry$ , a partir daí calculam-se  $nl = (\Delta N / ry) + 1$ , e  $nc = (\Delta E / rx) + 1$ , e assim obtém-se o número de pontos  $np = nl \times nc$ . As amplitudes são obtidas dos dados no programa GeoTerrain e a resolução é arbitrada de modo a satisfazer a expressão para  $np$ .

### 6.3.2 Variação em Orientação da Grade Retangular Regular

Foram produzidas grades com orientações diferentes daquela tradicional, com as seções orientadas segundo as direções Norte-Sul e Leste-Oeste. A forma de produzir uma grade retangular regular com seções oblíquas aos eixos consiste da

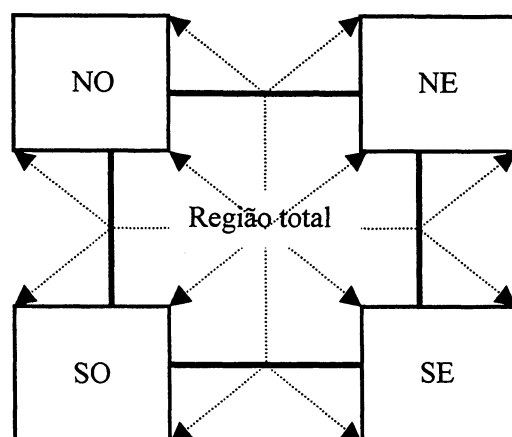
aplicação de uma rotação aos pontos da grade. Devem ser definidos o centro da rotação e a magnitude da rotação. O resultado da aplicação de uma rotação a uma grade é um conjunto de coordenadas bidimensionais. As novas seções da mesma superfície formam um ângulo  $\theta$  e  $\theta+90^\circ$  com a direção do eixo das ordenadas. Os ângulos de rotação aplicados foram  $\theta = \{15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ\}$ . As coordenadas destas grades devem ter as suas altitudes determinadas de modo que reproduzam a mesma superfície. O algoritmo de Doytsher e Hall (DOYTSHER e HALL, 1997) foi utilizado para realizar a interpolação dos pontos das grades que sofreram rotação  $\theta$ .

Para que a situação inicial de todas as representações ou grades retangulares regulares fosse a mesma, para a aplicação da Teoria Matemática da Informação, foram derivadas regiões circulares de cada grade afetada de rotação. As regiões circulares foram produzidas de modo a que o centro da região fosse o centro geométrico da grade retangular. As regiões circulares derivadas têm diâmetro aproximado de 20.000m. Também foram derivadas regiões circulares a partir dos grades retangulares regulares que não sofreram rotação. A aplicação da rotação e a posterior derivação das regiões circulares produziu 42 regiões, visto que são 6 ângulos de rotação usados em dados de grade retangular regular com 7 diferentes valores de resolução.

### 6.3.3 Segmentação da Região

Todas as grades retangulares regulares representam a mesma região. Para ter variação em volume de dados e em forma de superfície foram derivadas regiões correspondentes aos quatro quadrantes (*NE*, *NO*, *SE* e *SO*) de cada região total. A derivação dos quadrantes é realizada pelo corte das matrizes de dados que contém as regiões completas. Cada resolução proporcionou quatro quadrantes com a mesma resolução. O número total de grades de quadrantes é de 28, uma vez que são 7 grades retangulares regulares totais cada uma com uma resolução diferente e cada uma delas é dividida em 4 quadrantes (Fig. 6.6).

FIGURA 6.6 - DESMEMBRAMENTO DE UMA REGIÃO TOTAL EM QUADRANTES



#### 6.4 PROCESSAMENTOS RELATIVOS À TMC

Para cada uma das 7 grades retangulares regulares totais foram derivados 6 arquivos com regiões circulares com variação em orientação, mais quatro regiões compostas pelos quatro quadrantes das regiões originais. Estas variações nos dados e os dados originais de cada resolução perfazem um total de 77 grades retangulares regulares, ou o que é o mesmo que 77 arquivos de dados.

A aplicação da TMC aos dados das diferentes grades retangulares regulares envolvem a atribuição de probabilidades aos dados originais, o cálculo da entropia dos dados originais, a aplicação da função de similaridade às seções verticais paralelas do terreno, o cálculo da equivocação e da informação útil. As grades retangulares regulares obtidas das variações dos dados requerem diferentes processamentos visto que foram produzidas para ser permitir avaliar diferentes aspectos da aplicação da TMC, citados no Capítulo 5.

Um relatório padrão de saídas de um processamento dos dados com o procedimento da TMC aplicado a uma representação de uma superfície pelo método de grade retangular regular é mostrado na Tabela 6.1.

TABELA 6.1 – RELATÓRIO PADRÃO DE PROCESSAMENTO DE UMA GRADE RETANGULAR REGULAR USANDO A TMC

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
113	258	9148	3363	3031648.750	200	6.82018	11.00959	8.24118	2.76841
113	230	9418	3121	3031648.750	175	6.82018	10.94946	7.95158	2.99788
113	199	9751	2819	3031648.750	150	6.82018	10.86527	7.57131	3.29396
113	166	10075	2528	3031648.750	125	6.82018	10.75490	7.16864	3.58626
113	142	10444	2183	3031648.750	100	6.82018	10.59218	6.68458	3.90760
113	123	10898	1748	3031648.750	75	6.82018	10.30244	5.97100	4.33145
113	113	11474	1182	3031648.750	50	6.82018	9.70743	4.74961	4.95783
113	113	12028	628	3031648.750	30	6.82018	8.69302	2.99475	5.69827
113	113	12569	87	3031648.750	10	6.82018	7.12247	0.49407	6.62841
113	113	12656	0	3031648.750	1	6.82018	6.82018	0.00000	6.82018

As colunas desta tabela apresentam:

- o número de colunas da matriz de similaridades. Este valor pode indicar o número de linhas ou o número de colunas da grade retangular regular;
- o número de similaridades entre seções verticais paralelas do terreno com valor igual a 1;
- o número de similaridades com valor zero;
- o número de similaridades diferentes de zero e diferentes de 1;
- somatório, em metros, de todas as seções verticais paralelas do terreno que foram usadas;
- o valor da tolerância para o desnível, dado em metros;
- o valor da entropia inicial;
- o valor da entropia do conjunto de dados após avaliação da similaridade;
- o valor da equivocação; e
- o valor da informação útil.

Os dados apresentados na Tab. 6.1 correspondem a um processamento da grade retangular regular em que foram calculados os valores de informação útil para as tolerâncias para desnível variando de 200m a 1m. Os processamentos dos dados correspondentes às seções normais e seções transversas são apresentados numa mesma tabela. Este é o caso dos processamentos em que se aplica o método da remoção progressiva.

## 7 EXPERIMENTOS REALIZADOS

Os experimentos foram propostos para investigar aspectos da representação digital de superfícies por meio de grades retangulares regulares, e a generalização por meio de transformação de simplificação controlada por procedimentos da Teoria Matemática da Comunicação. Dentro de cada experimento foram realizados alguns testes para verificar a proposição do experimento. Assim:

- a) No primeiro experimento buscou-se investigar o comportamento da TMC aplicada a grades regulares retangulares em presença de variação da tolerância para os desníveis dos quais é função o valor de similaridade atribuído a um par de seções. Foram utilizadas as grades retangulares regulares totais e foram calculadas as variáveis entropia, probabilidades condicionais, equivocação e informação útil. O valor da tolerância variou dentro do limite *200m* até *1m*. Nestes testes não foi aplicado o processo de remoção progressiva, portanto, os números de seções inicial e final são sempre os mesmos para cada um dos testes. Neste experimento também foi avaliada a diferença na atuação dos critérios de cálculo da similaridade, um que considera a soma dos desníveis e outro que considera apenas o número de desníveis menores ou iguais à tolerância;
- b) No segundo experimento buscou-se investigar a influência da orientação da grade retangular sobre a similaridade e informação útil. As grades retangulares regulares foram rotacionadas e testadas para diferentes valores de tolerância (*10m*, *20m*, *40m*, *60m* e *80m*). Neste experimento o processo de remoção progressiva é aplicado;
- c) No terceiro experimento buscou-se investigar a consequência da aplicação do método da remoção progressiva de seções verticais paralelas do terreno sobre a informação útil para grades retangulares regulares que representam relevo suave e grades retangulares regulares que representam relevo acidentado, além de considerar diferentes resoluções para os dados; e

- d) Com o quarto experimento investiga-se o comportamento do método da remoção progressiva controlado por tolerância na variação da frequência de declividade em classes de declividade. São realizados testes com todas as grades retangulares regulares com as resoluções de 100m a 1000m, e também com as grades retangulares derivadas por quadrantes das grades que representam a região total. Os valores de tolerância para os testes são obtidos da estatística de declividades. A tolerância para variação na frequência das classes de declividades foi considerada como 3% para relevo suave e 5% para relevo acidentado. Observou-se a taxa de remoção de seções para as iterações do processo de remoção progressiva e os resultados gráficos em termos de representação da superfície e em termos das curvas de nível derivadas desta superfície.

## 7.1 GRADES RETANGULARES REGULARES COM VARIAÇÃO DA TOLERÂNCIA EM DESNÍVEL

Neste experimento os dados utilizados são as grades retangulares regulares totais, isto é, aquelas grades que recobrem toda a região digitalizada. Os elementos variáveis para este conjunto de testes são a tolerância para os desníveis e a forma de calcular o valor da similaridade para cada par de seções comparadas. O cálculo da similaridade foi realizado considerando dois modos de uso da informação de desnível entre os pontos homólogos. O primeiro faz uso da expressão que considera o somatório dos desníveis menores do que a tolerância dividido pela soma de todos os desníveis úteis do par de seções (Eq. 5.3), e o segundo faz uso do número de desníveis menores do que a tolerância dividido pelo número total de desníveis úteis do par de seções (Eq. 5.2). Cada grade retangular regular é processada com valores de tolerância diferentes e decrescentes (*200m, 175m, 150m, 125m, 100m, 75m, 50m, 30m, 10m, 1m*).

O resultado do processamento da grade retangular regular de resolução *100m* é apresentado na Tabela 7.1, e os resultados dos processamentos das grades de resolução *500m* e *1000m* são apresentados nas Tabelas 7.2 e 7.3 respectivamente. Os processamentos das grades com as resoluções de *200, 150, 250* e *750m* apresentam o mesmo comportamento que os resultados apresentados nas tabelas a seguir.

**TABELA 7.1 RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DA GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 100M E SIMILARIDADE CALCULADA COM SOMA DE DESNÍVEIS**

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
219	937	34159	12865	5600024.910	200	7.77479	13.11053	10.31866	2.79187
219	798	35297	11866	5600024.910	175	7.77479	13.07106	9.99824	3.07281
219	671	36563	10727	5600024.910	150	7.77479	13.01584	9.59820	3.41764
219	551	37792	9618	5600024.910	125	7.77479	12.94864	9.21083	3.73781
219	453	39254	8254	5600024.910	100	7.77479	12.84337	8.71972	4.12365
219	340	41135	6486	5600024.910	75	7.77479	12.64937	7.93950	4.70987
219	254	43150	4557	5600024.910	50	7.77479	12.22614	6.70294	5.52320
219	221	45139	2601	5600024.910	30	7.77479	11.31422	4.87614	6.43807
219	219	47261	481	5600024.910	10	7.77479	8.86782	1.43525	7.43257
219	219	47742	0	5600024.910	1	7.77479	7.77479	0.00000	7.77479

**TABELA 7.2 RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DA GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 500M E SIMILARIDADE CALCULADA COM SOMA DE DESNÍVEIS**

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
48	64	1668	572	1276375.680	200	5.58496	8.23648	5.59184	2.64463
48	59	1711	534	1276375.680	175	5.58496	8.15249	5.32762	2.82487
48	52	1758	494	1276375.680	150	5.58496	8.03481	5.04114	2.99367
48	52	1840	412	1276375.680	125	5.58496	7.84617	4.57203	3.27414
48	49	1902	353	1276375.680	100	5.58496	7.62087	4.11399	3.50687
48	48	1967	289	1276375.680	75	5.58496	7.29769	3.48248	3.81522
48	48	2059	197	1276375.680	50	5.58496	6.79994	2.51736	4.28258
48	48	2158	98	1276375.680	30	5.58496	6.19212	1.27576	4.91636
48	48	2248	8	1276375.680	10	5.58496	5.63291	0.10502	5.52789
48	48	2256	0	1276375.680	1	5.58496	5.58496	0.00000	5.58496

**TABELA 7.3 RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DA GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 1000M E SIMILARIDADE CALCULADA COM SOMA DE DESNÍVEIS**

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
25	26	452	147	677308.500	200	4.64386	6.17061	3.78965	2.38096
25	26	461	138	677308.500	175	4.64386	6.06470	3.56568	2.49902
25	25	479	121	677308.500	150	4.64386	5.94068	3.20272	2.73796
25	25	490	110	677308.500	125	4.64386	5.80618	2.90464	2.90154
25	25	506	94	677308.500	100	4.64386	5.64046	2.53185	3.10861
25	25	528	72	677308.500	75	4.64386	5.40802	1.96680	3.44122
25	25	556	44	677308.500	50	4.64386	5.09560	1.19099	3.90461
25	25	582	18	677308.500	30	4.64386	4.81813	0.47815	4.33998
25	25	600	0	677308.500	10	4.64386	4.64386	0.00000	4.64386
25	25	600	0	677308.500	1	4.64386	4.64386	0.00000	4.64386

Estes testes foram realizados para verificar e mostrar a aplicabilidade da Teoria Matemática da Comunicação. Segundo a TMC espera-se a ocorrência de muitas similaridades entre as seções verticais paralelas do terreno quando são usadas altas tolerâncias. Isso ocorre para os três casos mostrados nas tabelas citadas acima como pode-se observar nas colunas *unz* e *nunz*. Inicialmente os valores associados a estas colunas são altos porque a tolerância (*tol*) tem valor *200m*. À medida que o valor da

tolerância diminui (175, 150, ... , 1m), a ocorrência de valores de similaridade iguais a 1 e diferentes de 0, e diferentes de 1, também diminui. O número de valores de similaridade iguais a zero cresce à medida que a tolerância decresce porque para valores de tolerância cada vez mais rígidos espera-se a redução da ocorrência de similaridades. Para estes dados, quando a tolerância atinge o valor 1,0m ocorrem apenas similaridades com valor 1,0 em número igual ao número de seções, porque as seções são obrigatoriamente similares a si próprias no grau máximo de similaridade.

O comportamento da ocorrência de similaridades tem relação direta com os valores de entropia  $H(Y)$  do conjunto avaliado pela função de similaridade, com os valores da equivocação  $H(Y|X)$  e da informação útil  $R$ . Quanto maior for o número de similaridades, maiores serão os valores de equivocação e de informação útil. Para os dados da Tab. 7.3, (resolução 1000m), os casos extremos ocorrem quando a tolerância assume os valores 200m e 1m. Para tolerância de 200m a equivocação atinge o valor aproximado de  $H(Y|X)=3,8$ , a informação útil o valor  $R=2,4$ . Para a tolerância de 1m a equivocação é igual a zero e a informação útil resulta em valor igual ao valor da entropia do conjunto de dados, isto é,  $R=4,6$ . Isso mostra que em presença de valores altos de tolerância, a ocorrência de similaridades é maior e vice-versa. Os valores de tolerância de 1m e de 10m produziram o mesmo efeito sobre os dados da grade, isto é, segundo estes valores de tolerância não houve um único par de seções adjacentes de toda a grade que apresentasse valor de similaridade diferente de zero.

Para os dados apresentados nas Tabelas 7.2 e 7.3, o comportamento da entropia, equivocação e informação útil é análogo ao comportamento apresentado pelos dados na Tab. 7.1. As diferenças entre estes dados está no número de seções. O número de seções verticais paralelas do terreno tem consequência sobre a magnitude dos valores de entropia, equivocação e informação útil, de modo que, um número maior de seções tem um valor de entropia  $H(X)$  maior do que um número menor de seções. A diferença na resolução das grades acarreta maior ou menor detecção de similaridades para os mesmos valores de tolerância. Para a resolução de 100m ocorre a detecção de maior número de similaridade entre pares de seções verticais paralelas do que para a



resolução de  $1000m$ , utilizando o mesmo valor de tolerância. Isso pode ser observado nas primeiras duas linhas de qualquer uma das tabelas mostradas acima.

A partir de determinados valores de tolerância o cálculo da similaridade passa a resultar em similaridades nulas entre os pares de seções. Este valor de tolerância foi de  $1m$ ,  $1m$  e  $10m$  respectivamente para as grades de resolução  $100m$ ,  $500m$  e  $1000m$ .

As curvas de valores de entropia após a detecção de entropias  $H(Y)$ , equivocação  $H(Y|X)$  e informação útil  $R$  são mostrados para os testes com as resoluções  $100m$ ,  $500m$  e  $1000m$  nas figuras 7.1, 7.2 e 7.3. No eixo das abcissas estão valores de tolerância, em metros, dos processamentos que correspondem em ordem inversa aos dados apresentados na Tabela 7.1, e limitados à tolerância aproximada de  $180m$  para a Figura 7.1. No eixo das ordenadas estão os valores da entropia, equivocação e informação útil.

Na Figura 7.1 observa-se que a entropia  $H(Y)$  alcança um patamar estável a partir de um valor de tolerância alto,  $70m$ . A informação útil  $R(X)$  decresce com o aumento do valor da tolerância, e a equivocação  $H(Y|X)$  tem comportamento inverso da informação útil.

FIGURA 7.1 CURVAS DE ENTROPIA  $H(Y)$ , EQUIVOCAÇÃO  $H(Y|X)$  E INFORMAÇÃO ÚTIL  $R$  PARA GRADE DE RESOLUÇÃO  $100M$ , COM SOMA DE DESNÍVEIS

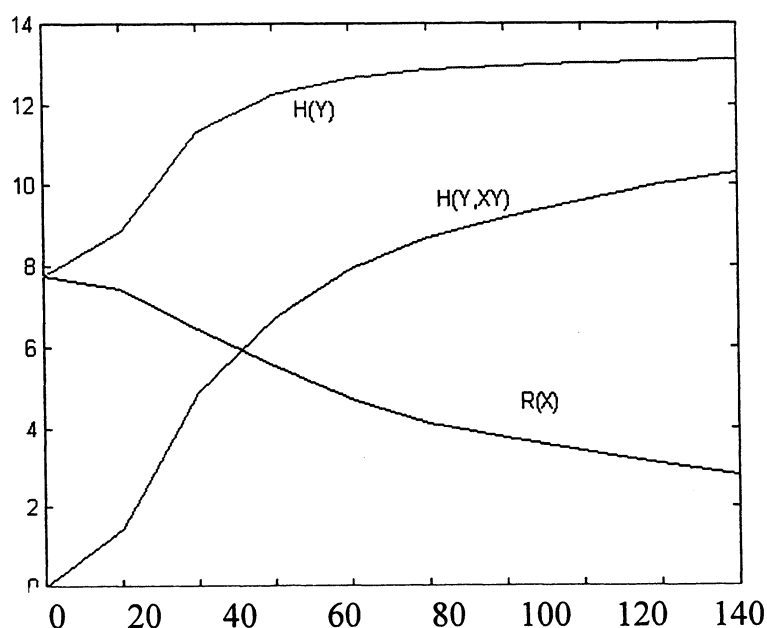


FIGURA 7.2 - CURVAS DE ENTROPIA  $H(Y)$ , EQUIVOCAÇÃO  $H(Y|X)$  E INFORMAÇÃO ÚTIL  $R$  PARA GRADE DE RESOLUÇÃO 500M, COM SOMA DE DESNÍVEIS

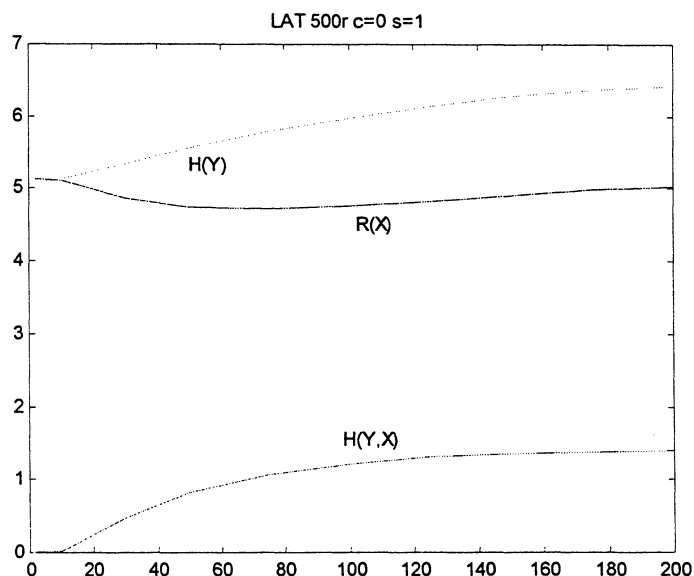
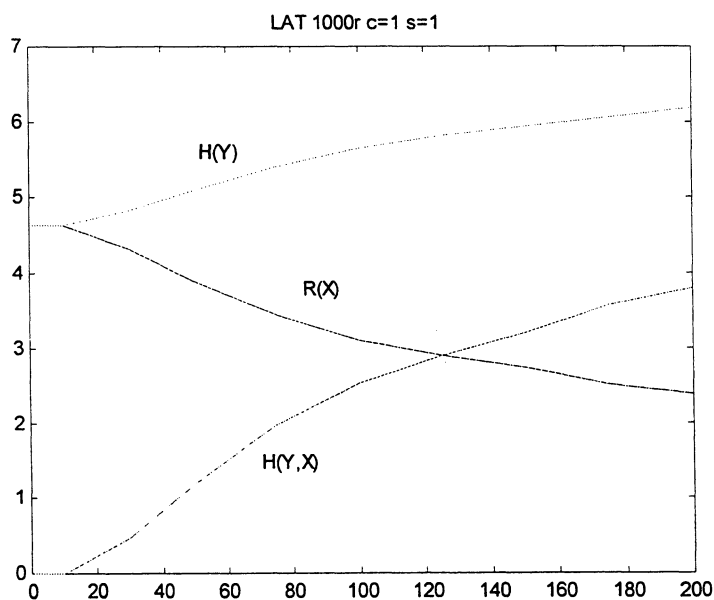


FIGURA 7.3 - CURVAS DE ENTROPIA  $H(Y)$ , EQUIVOCAÇÃO  $H(Y|X)$  E INFORMAÇÃO ÚTIL  $R$  PARA GRADE DE RESOLUÇÃO 1000M, COM SOMA DE DESNÍVEIS



Nas tabelas de números 7.4, 7.5 e 7.6 estão apresentados os resultados dos processamentos das mesmas grades (100m , 500m e 750m), porém, nestes testes a similaridade é calculada usando o critério expresso na Eq. 5.2. Segundo esta expressão, a similaridade entre cada par de seções verticais paralelas do terreno é dada

pelo número total de desníveis menores do que a tolerância dividido pelo número total de pontos homólogos úteis do par de seções.

**TABELA 7.4 RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DA GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 100M E SIMILARIDADE CALCULADA COM NÚMERO DE DESNÍVEIS**

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
219	937	29669	17355	5600024.910	200	7.77479	13.20860	11.77697	1.43163
219	798	29927	17236	5600024.910	175	7.77479	13.20488	11.72768	1.47720
219	671	30360	16930	5600024.910	150	7.77479	13.19956	11.64832	1.55123
219	551	30834	16576	5600024.910	125	7.77479	13.19060	11.56315	1.62745
219	453	31336	16172	5600024.910	100	7.77479	13.17728	11.46660	1.71068
219	340	32343	15278	5600024.910	75	7.77479	13.14681	11.24414	1.90267
219	254	35028	12679	5600024.910	50	7.77479	13.07667	10.70667	2.37001
219	221	36639	11101	5600024.910	30	7.77479	12.92460	10.08744	2.83716
219	219	42028	5714	5600024.910	10	7.77479	12.22634	7.55894	4.66740
219	219	47057	685	5600024.910	1	7.77479	9.53120	2.23746	7.29373

**TABELA 7.5 RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DA GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 500M E SIMILARIDADE CALCULADA COM NÚMERO DE DESNÍVEIS**

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
48	64	1428	812	1276375.680	200	5.58496	8.58291	7.19154	1.39136
48	59	1441	804	1276375.680	175	5.58496	8.56998	7.14044	1.42954
48	52	1478	774	1276375.680	150	5.58496	8.54738	7.00968	1.53770
48	52	1499	753	1276375.680	125	5.58496	8.51993	6.92598	1.59395
48	49	1525	730	1276375.680	100	5.58496	8.48323	6.81103	1.67220
48	48	1555	701	1276375.680	75	5.58496	8.42808	6.65843	1.76965
48	48	1685	571	1276375.680	50	5.58496	8.28096	6.08425	2.19671
48	48	1751	505	1276375.680	30	5.58496	8.03286	5.52272	2.51014
48	48	2010	246	1276375.680	10	5.58496	7.13874	3.21718	3.92156
48	48	2239	17	1276375.680	1	5.58496	5.74340	0.30031	5.44310

**TABELA 7.6 RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DA GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 1000M E SIMILARIDADE CALCULADA COM NÚMERO DE DESNÍVEIS**

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
25	26	389	210	677308.500	200	4.64386	6.60025	5.22840	1.37184
25	26	390	209	677308.500	175	4.64386	6.58468	5.20475	1.37993
25	25	404	196	677308.500	150	4.64386	6.55083	5.02753	1.52330
25	25	407	193	677308.500	125	4.64386	6.52300	4.96459	1.55840
25	25	411	189	677308.500	100	4.64386	6.48357	4.87611	1.60746
25	25	422	178	677308.500	75	4.64386	6.41562	4.67131	1.74431
25	25	462	138	677308.500	50	4.64386	6.23674	4.04428	2.19246
25	25	474	126	677308.500	30	4.64386	6.03477	3.60850	2.42627
25	25	537	63	677308.500	10	4.64386	5.40692	1.93299	3.47393
25	25	597	3	677308.500	1	4.64386	4.68143	0.09614	4.58529

Este modo de realizar o cálculo da similaridade é mais brando do que o critério que utiliza o somatório dos desníveis que são menores do que o valor da tolerância dividido pelo somatório de todos os desníveis. Para o caso da grade de resolução

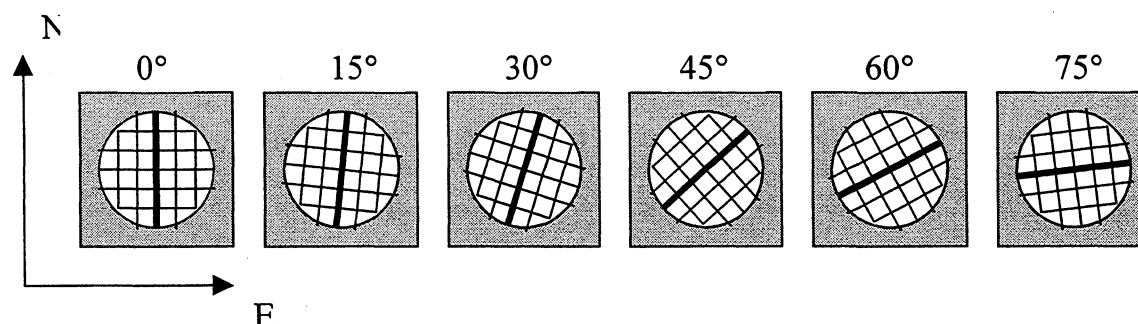
100m, mesmo com o valor de tolerância extremamente baixo de 1m, ainda são detectadas similaridades e o valor de equivocação  $H(Y|X)$  é significativo (Tab. 7.4). Este cálculo da similaridade é pouco sensível à variação da tolerância visto que o número de similaridades com valor entre zero e 1,0 é alto e parecido nos testes em que a tolerância varia entre 200m e 50m, para os três testes mostrados (Tab. 7.4, 7.5 e 7.6).

Os valores de equivocação são altos para a maioria das resoluções o que implica em baixos valores para a informação útil. A informação útil só sofre aumento significativo quando a tolerância tem valor 1m, e mesmo assim não atinge o valor da entropia  $H(X)$  inicial como ocorre com os testes em que o modo de cálculo da similaridade usa a soma dos desníveis. Este cálculo não se mostrou eficiente na avaliação da similaridade de seções verticais paralelas do terreno pela avaliação dos desníveis entre os pontos homólogos destas seções.

## 7.2 EXPERIMENTOS COM VARIAÇÃO NA ORIENTAÇÃO DAS SEÇÕES VERTICAIS

Neste experimento são processados os dados organizados em seções que são oblíquas aos eixos coordenados, isto é, formam ângulos com as direções dos eixos coordenados. Este dados são compostos pelas grades com orientação  $\theta = \{15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ\}$ , (Fig. 7.4). Os dados tridimensionais das grades geradas pela aplicação de um ângulo de rotação foram recortados de modo a obter uma região com limite aproximadamente circular para contornar o problema acarretado pela diferença em comprimento das seções resultantes da rotação. Assim, o somatório dos comprimentos das seções é aproximadamente o mesmo e permite realizar comparações entre grades com diferentes orientações, independentemente do valor da rotação aplicada à grade. O recorte das regiões de limite circular foi realizado a partir da determinação de um centro geométrico da região formada pela aplicação da rotação e a utilização do valor de 10.000m para o raio. Também foi produzida uma grade com contorno circular para os dados com rotação  $0^\circ$ , para ser usada como referência para as grades afetadas de rotação.

FIGURA 7.4 GRADES RETANGULARES REGULARES AFETADAS DE ROTAÇÃO DE 15°, 30°, 45°, 60° E 75° E COM CONTORNO CIRCULAR



O cálculo das similaridades para os testes com as regiões circulares foi feito apenas com a soma dos desníveis. O método da remoção progressiva das seções similares foi aplicado nos testes com as grades retangulares circulares afetadas de rotação. As similaridades são calculadas para as seções normais e para as seções transversas. São denominadas normais aquelas seções formadas pelos pontos que têm coluna constante nas matrizes de dados, e são denominadas transversas as seções formadas pelos pontos que têm linha constante nas mesmas matrizes. Inicialmente, aplica-se o método da remoção progressiva às seções normais o que resulta num conjunto de números que correspondem às seções que permanecem. Quando não houver mais seções a remover, isto é, após a estabilização do número de seções normais removidas, o método da remoção progressiva é aplicado às seções transversas. Do mesmo modo que ocorreu para as seções normais, quando ocorrer a estabilização do número de seções transversas que permanecem o processamento termina.

A aplicação das rotações a uma grade retangular regular produz 6 grades retangulares regulares circulares derivadas. Como são utilizadas 7 resoluções obtém-se 42 grades retangulares regulares circulares derivadas. Cada uma destas grades é processada iterativamente usando o método da remoção progressiva com variação apenas da tolerância para o desnível. Os valores de tolerância para os desníveis são de 10m, 20m, 40m, 60m e 80m.

Os experimentos com os dados organizados em grades afetadas de rotação e com limite circular foram realizados para investigar a relação da orientação da grade com a informação útil. A interferência da variação da orientação das seções verticais

paralelas do terreno será analisada a partir da velocidade com que o critério de similaridade detecta pares de seções similares.

Na Tabela 7.7 estão organizados os números de seções removidas na primeira iteração dos processamentos de todas as grades retangulares regulares circulares, para tolerância 10m, considerando apenas as seções normais. Para as grades com resoluções menores verifica-se uma redução na remoção das seções. Nesta tabela estão realçados os números de seções removidas para as orientações de  $30^\circ$  e  $45^\circ$ , de todos os testes, porque foi neste intervalo que ocorreram as maiores similaridades e portanto foram removidas mais seções. Nestes testes observa-se que ocorre maior remoção de seções verticais paralelas quando o ângulo de rotação se aproxima do intervalo  $30^\circ$  a  $45^\circ$ .

TABELA 7.7 NÚMERO DE SEÇÕES VERTICAIS NORMAIS REMOVIDAS PARA TODAS AS GRADES COM ROTAÇÃO PARA TOLERÂNCIA 10M

Res \ Rot	0°	15°	30°	45°	60°	75°
100m	17	31	<b>38</b>	<b>40</b>	38	22
150m	3	13	<b>19</b>	<b>23</b>	15	5
200m	2	5	<b>10</b>	<b>13</b>	7	2
250m	1	3	<b>7</b>	<b>10</b>	6	2
500m	0	1	<b>2</b>	<b>1</b>	1	0
750m	0	0	<b>1</b>	0	0	0
1000m	0	0	<b>1</b>	0	0	0

Quando o valor de tolerância de 20m é aplicado a todas as grades retangulares regulares com contorno circular ainda é possível detectar a influência da orientação da grade (Tab. 7.8). Exceto para a grade retangular regular circular com resolução de 100m, que apresenta altos valores de remoção, para aquelas grades orientadas segundo os ângulos de  $30^\circ$  e  $45^\circ$  a remoção de seções é maior que para as outras seções o que reforça o que foi dito para os processamentos em que o valor da tolerância foi de 10m.

Quando o valor da tolerância aumenta para 60m o comportamento da similaridade determinada para todas as grades retangulares regulares circulares passa a ser o mesmo (Tab. 7.9). Para todos estes testes foram detectadas similaridades para a maior parte dos pares de seções avaliadas. Para as grades com maior resolução, o número de seções removidas varia pouco com a variação da orientação das grades e

não as diferencia. No entanto, para resoluções menores é possível perceber algum relacionamento da orientação da grade com a ocorrência de similaridade e com a remoção de seções verticais do terreno, é o caso das grades com resolução de *500m* e *1000m*. Este comportamento se verifica quando os valores de tolerância aumentam pois um aumento no valor da tolerância implica em aumento na ocorrência de similaridades.

TABELA 7.8 - NÚMERO DE SEÇÕES VERTICAIS NORMAIS REMOVIDAS PARA TODAS AS GRADES COM ROTAÇÃO PARA TOLERÂNCIA 20M

Res ↓ Rot →	0°	15°	30°	45°	60°	75°
100m	68	61	61	69	66	82
150m	24	27	28	34	28	29
200m	10	15	17	23	18	18
250m	10	13	16	17	16	11
500m	1	4	5	6	6	3
750m	0	1	2	4	3	1
1000m	0	0	2	2	1	0

TABELA 7.9 - NÚMERO DE SEÇÕES VERTICAIS NORMAIS REMOVIDAS PARA TODAS AS GRADES COM ROTAÇÃO PARA TOLERÂNCIA 60M

Res \ Rot	0°	15°	30°	45°	60°	75°
100m	91	93	91	93	93	93
150m	58	61	57	61	59	57
200m	43	43	40	42	43	44
250m	36	38	34	34	36	34
500m	13	12	11	13	11	12
750m	4	5	6	8	6	7
1000m	2	4	5	4	4	3

Uma análise dos dados apresentados nas tabelas 7.7 a 7.9 mostra que a ocorrência de similaridades é mais alta para a primeira iteração dos processamentos em que os valores de tolerância são de *10m* e *20m* para as grades retangulares regulares circulares com orientação entre *30°* e *45°*. Para resoluções maiores e para maiores valores de tolerância, o critério de detecção ou avaliação de similaridades não permite associar a remoção de seções à orientação destas seções. No entanto, para as menores resoluções, como *750m* e *1000m*, ainda pode-se perceber que ocorre mais remoção de seções para as orientações em torno de *30°* e *45°*.

Maior remoção de seções para as orientações próximas do intervalo de rotações entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$  significa presença de maior número de seções similares, embora a superfície representada seja a mesma. Pode-se concluir que devem existir orientações para as quais sejam detectadas mais similaridades, o que significa que neste caso há excesso de dados usados na representação da superfície.

### 7.3 EXPERIMENTOS COM REMOÇÃO PROGRESSIVA

Para a realização destes testes foram utilizados os dados das regiões totais com as resoluções de  $100m$ ,  $150m$ ,  $200m$ ,  $250m$ ,  $500m$ ,  $750m$  e  $1000m$ , e os dados das sub-regiões ou quadrantes *NE*, *NO*, *SE* e *SO*. As tolerâncias utilizadas tiveram os valores  $10m$ ,  $20m$ ,  $40m$ ,  $60m$  e  $80m$ . Para estes testes, o valor da similaridade é calculado com base na soma dos desníveis menores do que a tolerância (Eq. 5.3). Os testes com os dados referentes às grades retangulares totais são apresentados e avaliados separadamente. Inicialmente são apresentados e analisados os testes com as grades totais, isto é, aquelas grades que representam toda a região.

#### 7.3.1 Experimentos com Grades Retangulares Regulares Totais

Nestes processamentos, o processo de remoção progressiva é aplicado aos dados correspondentes à toda a região, isto é, compreendem os dados da parte plana a Noroeste e a Sudeste, e da parte bastante acidentada na direção Sudoeste-Nordeste. Para estes testes são avaliados os números de seções verticais paralelas do terreno que são removidas, o número de iterações até haver convergência, e o comportamento dos valores de equivocação  $H(Y|X)$  e informação útil  $R$  para cada valor de tolerância utilizado. Estes valores foram extraídos das respostas produzidas pelos programas de cálculo da TMC.

O número de seções removidas durante o processo de cálculo da TMC para cada valor de tolerância aumenta com o aumento da tolerância. Para as grades retangulares de resolução menor, apenas os valores de tolerância maiores acarretam remoção de seções. A partir da resolução de  $500m$  não são removidas seções para as tolerâncias de  $10m$  e  $20m$ , com exceção do número de colunas removidas para a grade de resolução de  $500m$  (Tab. 7.10). Este comportamento da remoção de seções verticais



paralelas do terreno é esperado quando aplicado a grades retangulares regulares que tem diferentes resoluções porém representam a mesma região de terreno, a menos que a região representada fosse muito próxima de um plano. O valor de tolerância que proporciona a maior remoção de seções é 80m. Para este valor de tolerância observa-se que todas as grades ficam reduzidas a um número de linhas e colunas baixo e aproximadamente igual (Tab. 7.11). Para as grades retangulares regulares cujo número original de linhas e colunas é alto, isso pode significar uma simplificação excessiva da forma da superfície.

TABELA 7.10 - NÚMERO DE SEÇÕES REMOVIDAS (LINHAS E COLUNAS ) PARA OS TESTES E COM TODAS AS REGIÕES TOTAIS COM VARIAÇÃO DA TOLERÂNCIA

Tol \ Res	100m		150m		200m		250m		500m		750m		1000m	
10m	8	24	0	6	0	4	0	3	0	0	0	0	0	0
20m	33	104	50	46	19	25	8	14	0	2	0	0	0	0
30m	186	158	106	83	68	48	46	32	8	7	1	2	0	1
40m	208	174	125	103	89	66	65	51	20	12	8	6	1	3
60m	222	198	144	123	106	87	82	72	35	25	20	12	8	7
80m	231	202	152	130	111	87	89	79	42	34	28	19	16	13

TABELA 7.11 - NÚMERO DE FINAL DE LINHAS E COLUNAS PARA O TESTE COM TODAS AS REGIÕES TOTAIS COM VARIAÇÃO DA TOLERÂNCIA

Tol \ Res	100m	150m	200m	250m	500m	750m	1000m
0m	243x219	163x147	124x111	101x93	53x48	38x35	27x25
10m	235x195	163x141	24x107	101x90	53x48	38x35	27x25
20m	110x115	113x101	105x86	93x79	53x46	38x35	27x25
30m	57x61	57x64	56x63	55x61	45x41	37x33	27x24
40m	35x45	38x44	35x45	36x42	33x36	30x29	26x22
60m	19x22	19x24	18x24	19x21	18x23	18x23	19x18
80m	12x17	11x17	13x14	12x14	11x14	10x16	11x12

O número de iterações para os testes com as grades totais e com tolerância crescente (Tab. 7.12) mostra que para maiores resoluções ocorre maior número de iterações. Isso porque nas grades retangulares regulares com resoluções maiores, há um número maior, de seções mais próximas e mais propensas a ser similares. Para o caso de baixos valores de tolerância, são detectadas poucas similaridades e o número de seções remanescentes se estabiliza rapidamente. Já para o caso de altas tolerâncias maior número de seções são consideradas similares entre si com maior afastamento

entre elas, do que para baixas tolerâncias. Este fato conduz a um maior número de iterações e a uma redução no número de seções remanescentes. Os valores de interação iguais a 2 indicam que para a primeira iteração são removidas todas as seções similares possíveis de ser encontradas com aquele valor de tolerância e a segunda iteração não detecta similaridades entre os pares de seções remanescentes.

TABELA 7.12 - NÚMERO DE ITERAÇÕES PARA OS TESTE COM TODAS AS REGIÕES TOTAIS COM VARIAÇÃO DE TOLERÂNCIAS

Tol \ Res	100m		150m		200m		250m		500m		750m		1000m	
10m	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
20m	3	5	3	4	3	4	2	3	2	2	2	2	2	2
30m	5	4	4	5	4	5	4	4	3	4	2	3	2	2
40m	6	6	4	5	5	5	4	5	4	4	4	5	2	3
60m	7	7	6	7	7	6	7	7	6	5	6	5	3	4
80m	8	9	8	6	7	9	7	8	7	6	5	5	6	5

O comportamento da equivocação  $H(Y|X)$ , pelos valores inicial e final resultante da última iteração para as seções verticais do terreno paralelas ao eixo Y, é mostrado na Tabela. 7.13. Para baixos valores de tolerância ocorrem baixos valores de equivocação. A equivocação mostra a existência de maior ou menor número de similaridades entre todos os pares de seções verticais paralelas do terreno. A definição de um valor baixo de tolerância implica em maior restrição à ocorrência de similaridades. Quando a tolerância assume o valor *10m*, os valores de equivocação para a primeira e para a última iterações são próximos, pois quando há pouca similaridade há pouca equivocação. Para os testes com as grades de resolução *750m* e *1000m*, segundo a tolerância de *10m* nenhuma similaridade resultou diferente de zero, o que equivale a equivocação igual a zero. Quando a tolerância assume o valor *80m*, a equivocação resulta em valores altos no início do processo iterativo de remoção progressiva. Ao longo do processo a equivocação vai sendo reduzida pela remoção de seções que são similares e com isso a possibilidade de haver pares de seções similares diminui, visto que a distância entre as seções aumenta. Há mais possibilidade de um par de seções mais próximas ser mais similar, do que tem um par de seções mais distantes. Quanto maior o valor da tolerância mais comparações entre pares de seções verticais paralelas do terreno são realizadas, mais seções similares são detectadas e

maior é a diferença entre o valor de equivocação para a primeira e para a última iteração.

TABELA 7.13 - EQUIVOCAÇÃO  $H(Y|X)$  PARA AS SEÇÕES NORMAIS DE TODAS AS GRADES TOTAIS E COM VARIAÇÃO DA TOLERÂNCIA

Tol \ Res	100m		150m		200m		250m		500m		750m		1000m	
10m	0,86	0,54	0,42	0,29	0,19	0,11	0,18	0,12	0,02	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00
20m	2,58	1,02	1,76	0,82	1,15	0,52	0,91	0,47	0,26	0,13	0,11	0,11	0,07	0,07
30m	3,88	0,93	2,87	0,97	2,20	0,93	1,93	0,84	0,79	0,46	0,44	0,31	0,25	0,18
40m	4,92	0,97	3,84	0,95	3,14	0,97	2,77	0,95	1,20	0,62	0,76	0,43	0,59	0,36
60m	6,35	0,94	5,20	0,99	4,41	0,89	4,01	0,96	2,23	0,82	1,50	0,63	1,00	0,48
80m	7,30	1,07	6,10	0,95	5,29	0,98	4,78	0,97	3,05	0,96	2,12	0,84	1,53	0,68

A informação útil  $R$  tem comportamento inverso ao comportamento da equivocação, isto é, quando a equivocação é alta a informação útil é baixa. Para tolerâncias baixas ocorre alta informação útil (Tab. 7.14). Quando a equivocação é igual a zero, como no caso dos testes com tolerância  $10m$  nas resoluções  $750m$  e  $1000m$ , a informação útil é máxima, e quanto maior for a equivocação menor será a informação útil. Para os testes em que a informação útil varia pouco entre o seu valor inicial e o seu valor final ocorrem poucas iterações e são detectadas poucas similaridades.

TABELA 7.14 - INFORMAÇÃO ÚTIL  $R$  PARA OS TESTES COM AS COLUNAS DE TODAS GRADES RETANGULARES TOTAIS E COM VARIAÇÃO DA TOLERÂNCIA

Tol \ Res	100m		150m		200m		250m		500m		750m		1000m	
10m	7,68	7,53	7,10	7,07	6,74	6,91	6,47	6,45	5,58	5,58	5,13	5,13	4,64	4,64
20m	7,48	6,65	6,82	6,42	6,47	6,26	6,26	6,14	5,47	5,46	5,08	5,08	4,60	4,60
30m	7,18	5,59	6,58	5,67	6,19	5,64	5,93	5,60	5,23	5,14	4,90	4,88	4,50	4,48
40m	6,77	5,10	6,25	5,05	5,87	5,10	5,63	4,97	5,06	4,86	4,74	4,62	4,30	4,24
60m	5,97	3,93	5,65	4,06	5,37	4,10	5,16	3,84	4,61	4,07	4,39	4,16	4,09	3,88
80m	5,32	3,36	5,12	3,50	4,94	3,18	4,80	3,17	4,22	3,18	4,10	3,47	3,80	3,10

Os valores de informação útil decrescem para os testes de qualquer resolução com o aumento do valor da tolerância. Isso acontece porque com o aumento do valor da tolerância, o número de similaridades detectadas também aumenta, o que resulta em prejuízo da informação útil. Para os testes em que a informação útil assume valores baixos, ao final do processo iterativo ocorre uma redução do número de linhas e

colunas de tal ordem que descaracteriza a superfície e torna-a mais suave e representada por regiões planas.

A análise do comportamento do critério de similaridade, e do procedimento determinante da permanência ou remoção de alguma seção, não pode ser feito apenas usando a informação útil. Para que seja possível explicar este comportamento é necessário que se combine o número de seções removidas, ou o número de seções remanescentes, com valores de equivocação e informação útil.

Pela observação dos valores de informação útil  $R$  da Tab. 7.14, pode-se dizer que a aplicação do valor de tolerância de  $30m$  para a grade de resolução  $100m$  conduz à grade retangular irregular que tem resolução  $500m$ . O valor de tolerância  $30m$  revela valores de similaridade entre pares de seções verticais paralelas do terreno que, quando removidas, resultam em valor de informação útil igual àquela produzida para a grade de resolução  $500m$  avaliada com tolerância  $10m$ . Pode-se dizer que a aplicação do processo de remoção progressiva proporcionou a remoção das seções presentes na resolução  $100m$  que são excessivas para uma representação a uma resolução de  $500m$ . Essa redução de seções ocorre mediante a avaliação da similaridade entre as seções e não pela remoção de seções pares ou ímpares (Fig. 7.5, 7.6 e 7.7).

Nestas figuras pode-se observar a falta de padrão das linhas e colunas suprimidas. O comportamento das seções suprimidas é característico de cada região, isto é, a remoção das seções verticais paralelas depende do relevo da região. As partes da grade em que há mais linhas ocorreram mais dissimilaridades, e nas partes onde há menos linhas ocorreram mais similaridades. Normalmente as partes mais similares são mais planas e as partes mais dissimilares são mais acidentadas, visto que a função de similaridade está baseada em desnível entre pontos homólogos.

As grades das Figura 7.5, Figura 7.6 e Figura 7.7 foram representadas com o mesmo tamanho para que seja possível comparar suas diferenças em resolução, e para que seja possível perceber que o padrão de remoção de seções verticais paralelas do terreno é semelhante porque a superfície representada é a mesma. O número de linhas e de colunas usadas nas representações decresce com a redução da resolução. Para a primeira grade com resolução  $200m$ , o número de linhas e colunas inicial é de

124x111, e ao final do processo de remoção permaneceram 56 linhas e 63 colunas. Houve a remoção de 68 linhas (55%) e 48 colunas (43%). O número de linhas e colunas removidas para a grade regular retangular com resolução de  $500m$  é menor proporcionalmente à resolução do que para a grade com resolução  $200m$ . Para este teste foram removidas 8 linhas (15%) e 7 colunas (14%). O menor número de seções verticais paralelas do terreno para uma mesma região implica em maior afastamento entre estas seções e tende a torná-las mais dissimilares.

FIGURA 7.5 – MALHA DE LINHAS E COLUNAS QUE PERMANECEM APÓS A APLICAÇÃO DO PROCESSO DE REMOÇÃO PROGRESSIVA A UMA MALHA DE RESOLUÇÃO  $200M$  E TOLERÂNCIA  $30M$

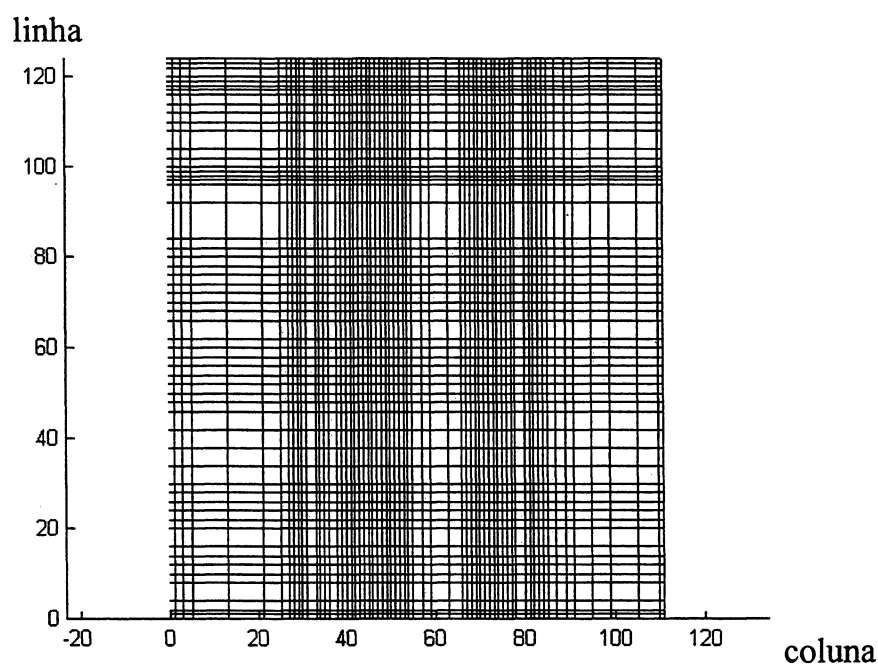


FIGURA 7.6 – MALHA DE LINHAS E COLUNAS QUE PERMANECEM APÓS A APLICAÇÃO DO PROCESSO DE REMOÇÃO PROGRESSIVA A UMA MALHA DE RESOLUÇÃO 250M E TOLERÂNCIA 10M

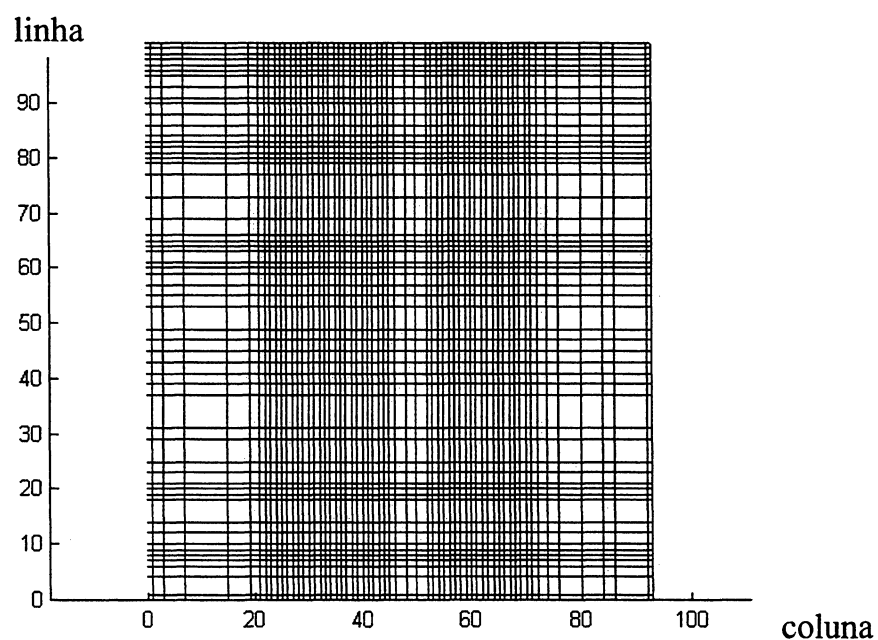
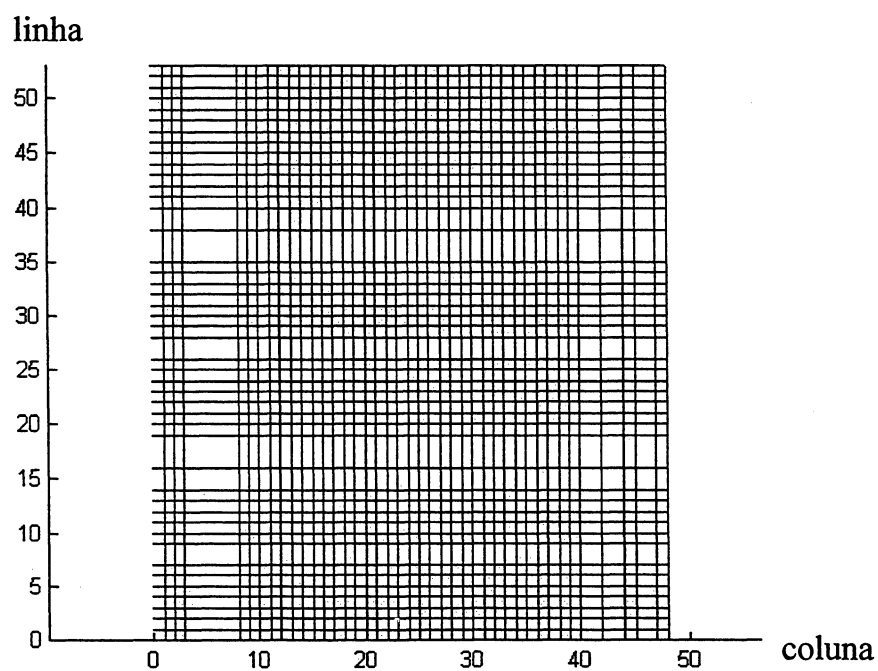


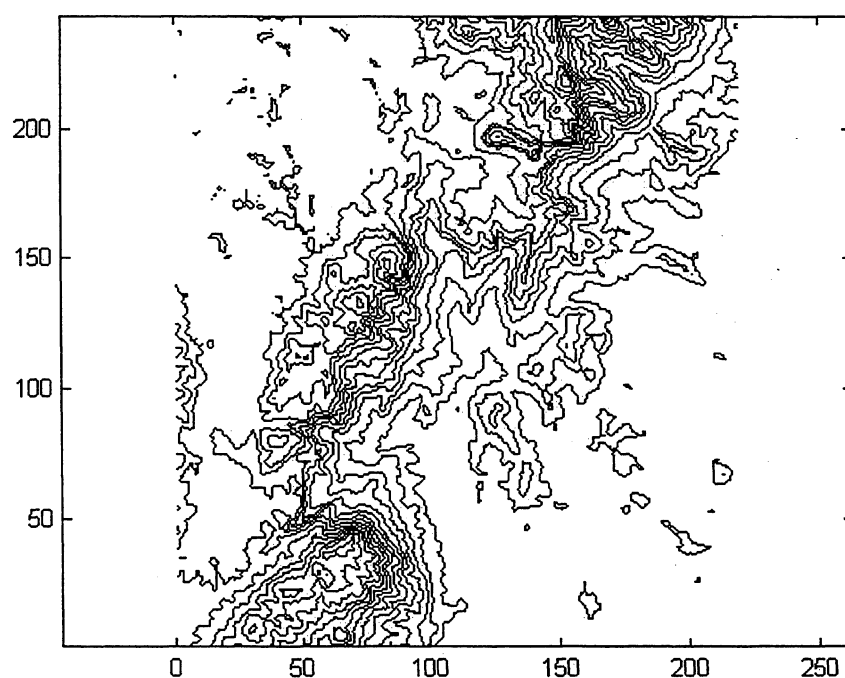
FIGURA 7.7 – MALHA DE LINHAS E COLUNAS QUE PERMANECEM APÓS A APLICAÇÃO DO PROCESSO DE REMOÇÃO PROGRESSIVA A UMA MALHA DE RESOLUÇÃO 500M E TOLERÂNCIA 30M



A aplicação do método de remoção progressiva de seções verticais paralelas do terreno pode manter o caráter da superfície ou pode descaracterizá-la. Para valores de

tolerância muito altos deve ocorrer a remoção de maior número de seções e, como consequência, a superfície sofre maior suavização e eventualmente pode sofrer descaracterização pela supressão de divisores d'água ou pela geração de planos horizontais ou inclinados irreais. Para valores de tolerância menores a remoção de seções verticais paralelas do terreno é menor e tende a manter o caráter original da superfície. O caso extremo de manutenção do caráter da superfície ocorre quando a tolerância é zero e como consequência, a superfície não sofre redução de seções.

FIGURA 7.8 - CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS DA GRADE RETANGULAR REGULAR COM RESOLUÇÃO DE 100M



Nas Figuras 7.8 e 7.9 estão apresentadas as curvas de nível derivadas da grade retangular regular de resolução *100m* com intervalo vertical de *100m* e *200m* respectivamente. A derivação das curvas de nível foi realizada com a função *contour* disponível e programável no ambiente Matlab. Estas duas figuras apresentam as configurações de curvas de nível que são usadas como referência para a discussão acerca da derivação das curvas a partir das grades retangulares irregulares produzidas pela aplicação do processo de remoção progressiva. Nestas duas figuras é possível perceber que a região representada pode ser caracterizada como composta por duas

partes de relevo suave e uma região alongada na direção *SO-NE* que apresenta maior variação em altitude.

FIGURA 7.9 - CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS DA GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 100M COM INTERVALO DE 200M

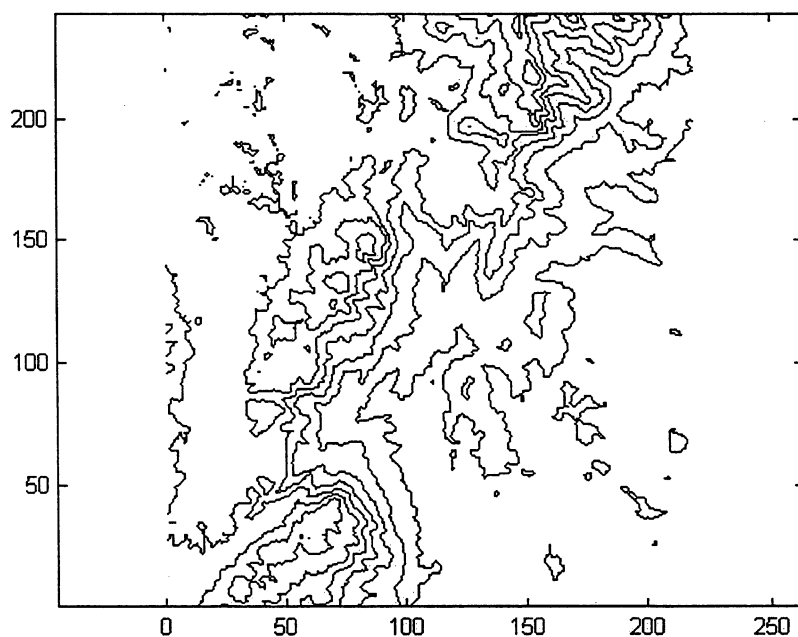


FIGURA 7.10 - CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS DA GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 200M COM INTERVALO DE 100M E TOLERÂNCIA 30M

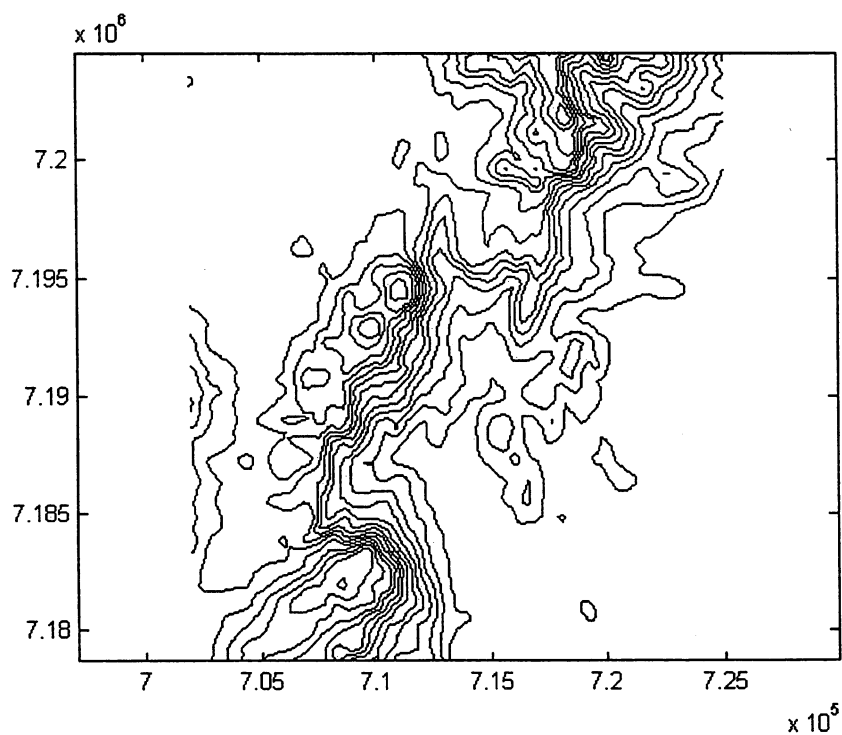
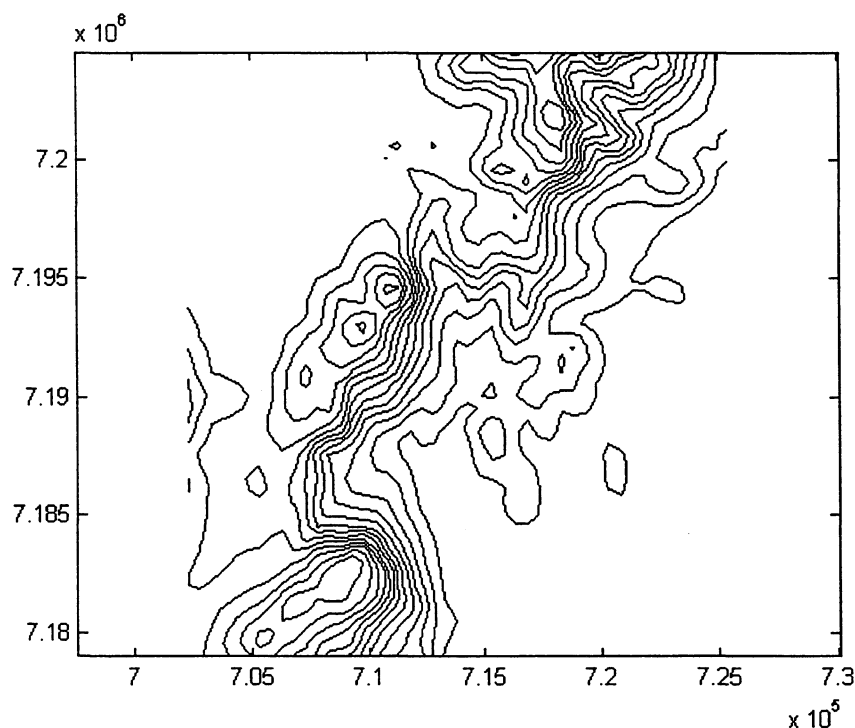




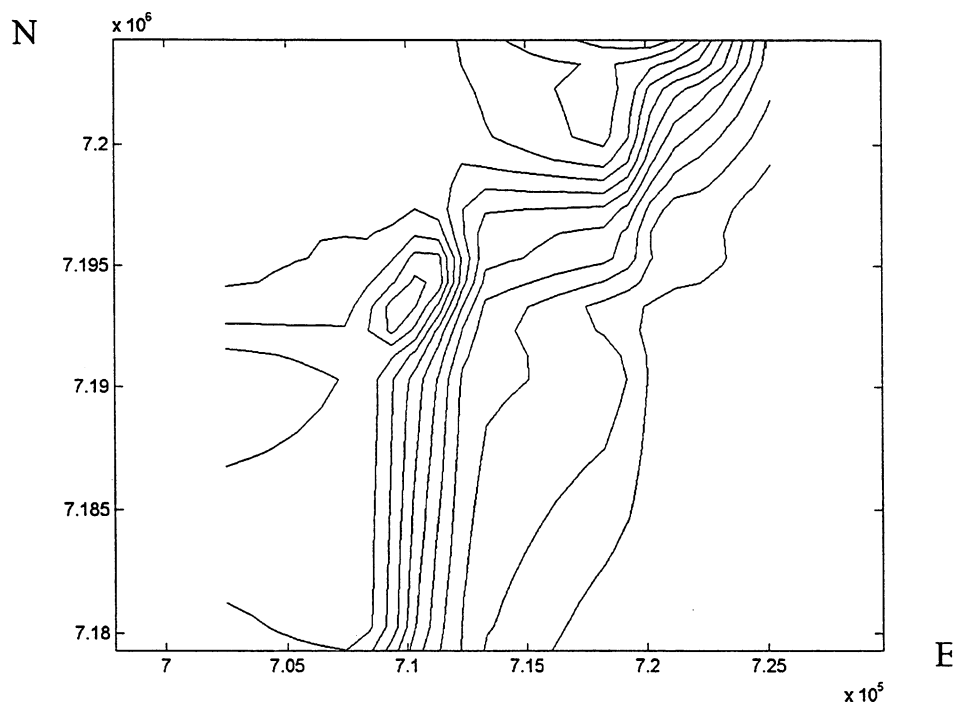
FIGURA 7.11 - CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS DA GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 500M COM INTERVALO DE 100M E TOLERÂNCIA 30M



A comparação visual das curvas apresentadas nas figuras 7.10 e 7.11 permite dizer que as curvas derivadas das grades retangulares irregulares mantêm o caráter da superfície, ou seja, nestas representações há semelhança com as curvas derivadas da grade retangular regular de resolução 100m. As duas regiões planas a NO e a SO continuam a existir, porém sofreram suavização e na região mais acidentada continua possível distinguir as três elevações mais proeminentes, como na representação derivada dos dados na resolução 100m. De modo geral, a superfície foi suavizada e suas curvas de nível também são mais suaves e menos detalhadas.

A derivação de curvas de nível a partir dos dados da grade de resolução 1000m e com tolerância 80m produz uma representação deteriorada porque, com o critério de tolerância 80m, ocorrem mais seções similares do que com um valor de tolerância 20m ou 10m (Fig. 7.12). Nesta figura não se pode identificar as três elevações mais proeminentes.

FIGURA 7.12 - CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS DA GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 1000M COM INTERVALO DE 100M E TOLERÂNCIA 80M



A representação da superfície permite avaliar os resultados da remoção das seções verticais paralelas do terreno (Fig. 7.13 a 7.21). Nas Figuras 7.13 a 7.15 são mostradas as representações das grades retangulares regulares originais nas resoluções 250m, 500m e 1000m para que se possa avaliar a diferença em resolução. As grades retangulares regulares com resolução maior do que 250m não foram apresentadas porque são muito densas e resultam em imagens mais escuras que impossibilitam a sua visualização. Pode-se observar nestas três grades que quanto maior for a resolução maior será o detalhamento da representação da superfície. Menor detalhamento na representação de uma superfície implica em maior suavidade, isto é, dentre duas grades retangulares regulares que representam a mesma região, a grade de menor resolução será mais suave porque tem menor sensibilidade a variações do terreno.

Todas as grades retangulares representadas nas figuras 7.16 a 7.21 são regulares, embora após a aplicação do processo de remoção progressiva sejam produzidas grades retangulares irregulares. A utilização de funções de visualização de superfícies representadas no modo de grade, no ambiente MatLab, requer uma distribuição regular de pontos. A geração de uma grade retangular irregular reduz o número de pontos e

resulta inapropriada para utilização das funções de visualização da MatLab. Para poder visualizar a grade retangular resultante do processo de remoção progressiva é necessário transformar a grade retangular irregular em uma grade regular. A produção de uma grade retangular regular ocorre pela interpolação linear dos pontos de uma grade retangular regular formada pelas posições dos pontos médios da grade original. No início do processamento da grade retangular regular é realizada a interpolação linear de uma grade retangular média e ao final a mesma grade horizontal média é interpolada a partir dos dados da grade afetada de remoção progressiva.

FIGURA 7.13 – SUPERFÍCIE COM RESOLUÇÃO 250M ORIGINAL

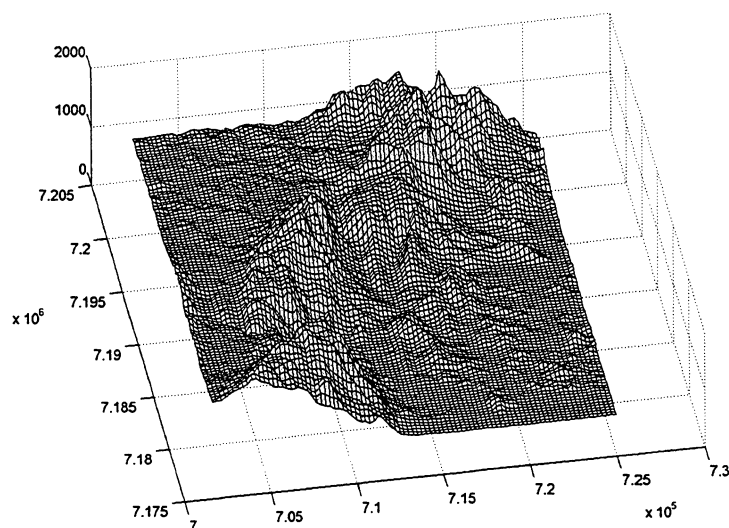


FIGURA 7.14 – SUPERFÍCIE COM RESOLUÇÃO 500M ORIGINAL

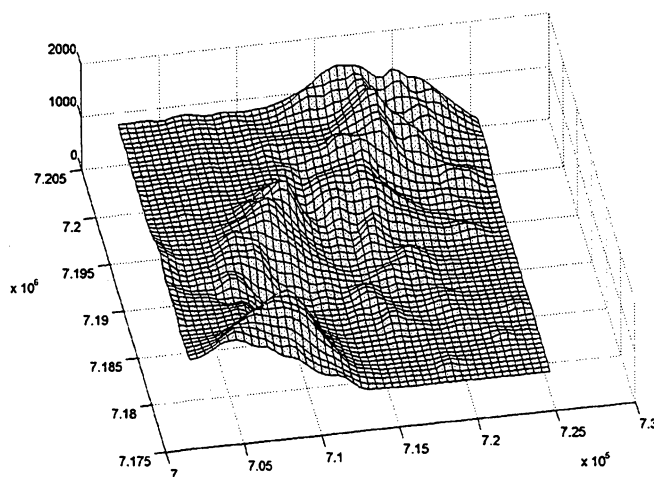
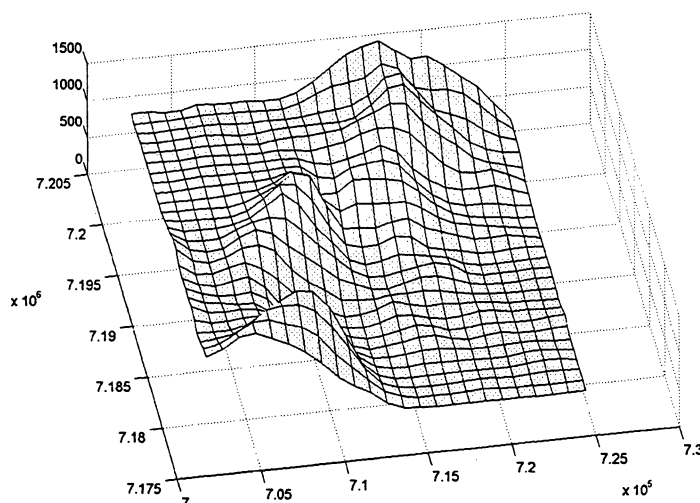


FIGURA 7.15 – SUPERFÍCIE COM RESOLUÇÃO 1000M ORIGINAL



As representações gráficas da superfície apresentadas nas figuras 7.16 a 7.19 preservam as principais características da superfície. Apesar de haver redução de seções normais e transversas, o caráter da superfície foi preservado, e não se detectam planos horizontais ou inclinados artificiais nestas representações. Para a resolução de 30m aplicada à grade de resolução de 1000m, houve a remoção de uma seção normal e portanto a Figura 7.19 é igual à Figura 7.15. Para a representação da superfície com resolução de 250m com tolerância de 30m (Fig. 7.16), a remoção de seções normais (colunas da matriz) foi de 45% e de seções transversas (linhas da matriz) foi de 35%. Para a grade retangular regular de resolução 500m (Fig. 7.17), a remoção de seções normais foi de 15% e de seções transversas também foi de 15%. A redução na porcentagem de seções removidas ocorre porque a resolução de 500m representa a metade da resolução de 250m e com isso as seções verticais paralelas do terreno são mais afastadas, e é provável que sejam menos similares. A influência do afastamento das seções sobre a detecção de similaridades fica mais evidente para a grade retangular regular de resolução 1000m (Fig. 7.19), em que apenas um par de seções foi considerado similar.

FIGURA 7.16 – SUPERFÍCIE COM RESOLUÇÃO 250M E TOLERÂNCIA 30M

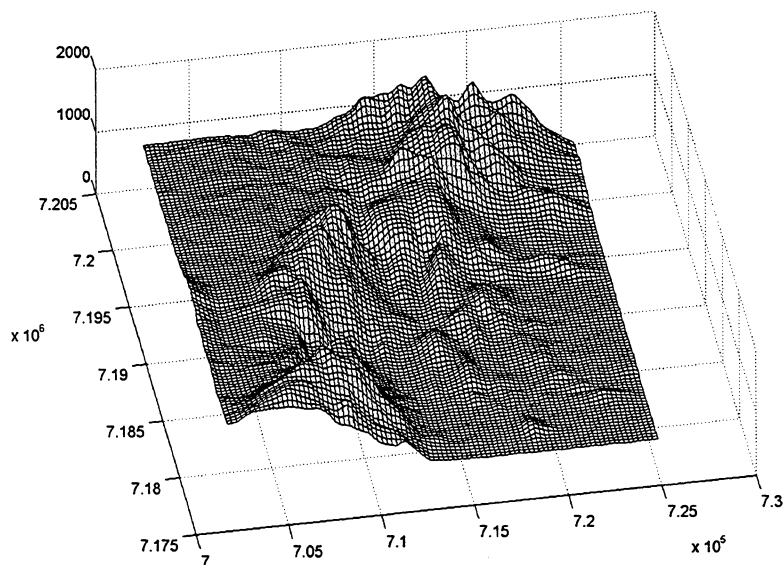
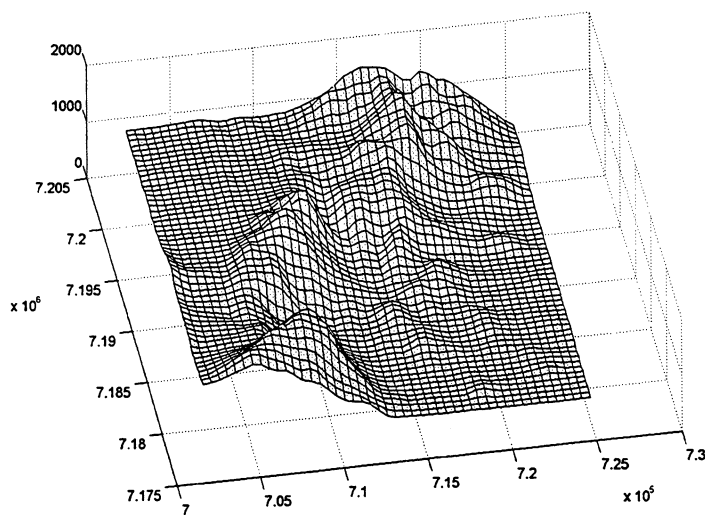


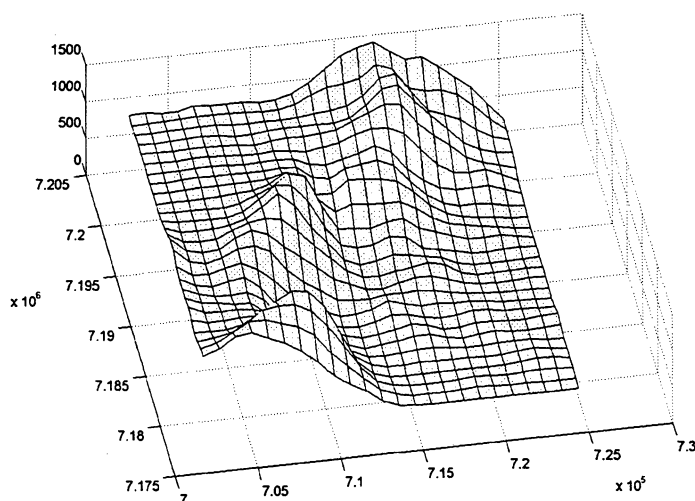
FIGURA 7.17 – SUPERFÍCIE COM RESOLUÇÃO 500M E TOLERÂNCIA 30M



Um valor de tolerância de 80m resulta na ocorrência de mais similaridades entre pares de seções verticais paralelas do terreno. Maior ocorrência de similaridades acarreta maior remoção de seções. A remoção de seções verticais paralelas do terreno usando o valor de tolerância 80m provoca a deterioração da superfície, porque são removidas seções que garantem a forma da superfície. A utilização da grade retangular irregular resultante da aplicação do processo de remoção progressiva leva a uma

representação deteriorada da superfície. A aplicação de valores de tolerância maiores do que  $80m$  levará a superfície ainda mais deteriorada. A deterioração da representação da superfície atingirá o seu maior grau quando toda a região for reduzida aos quatro pontos que definem os seus limites.

FIGURA 7.18 – SUPERFÍCIE COM RESOLUÇÃO  $1000M$  E TOLERÂNCIA  $30M$



A aplicação do processo de remoção progressiva, com tolerância  $80m$  à grade retangular regular de resolução  $250m$ , produz tanto simplificação quanto modificação da superfície. A região sudeste foi transformada num plano quase horizontal. Na região sudoeste surgiu um novo divisor d'água com orientação Norte-Sul. A região noroeste e parte da região sudeste também foram aplanadas. A maior parte das grandes declividades foi reduzida, e surgiram padrões de seções que se repetiram nas direções dos eixos cartesianos, a superfície como um todo é suavizada. Para as grades retangulares com resolução de  $500m$  e  $1000m$ , os efeitos da aplicação do valor de tolerância de  $80m$  produziu o mesmo efeito. As grades finais apresentaram as mesmas características, isto é, para estas duas grades as regiões planas têm os mesmos limites, os pontos de maior altitude são os mesmos, porém, as resoluções finais são diferentes.

FIGURA 7.19 – SUPERFÍCIE COM RESOLUÇÃO 250M E TOLERÂNCIA 80M

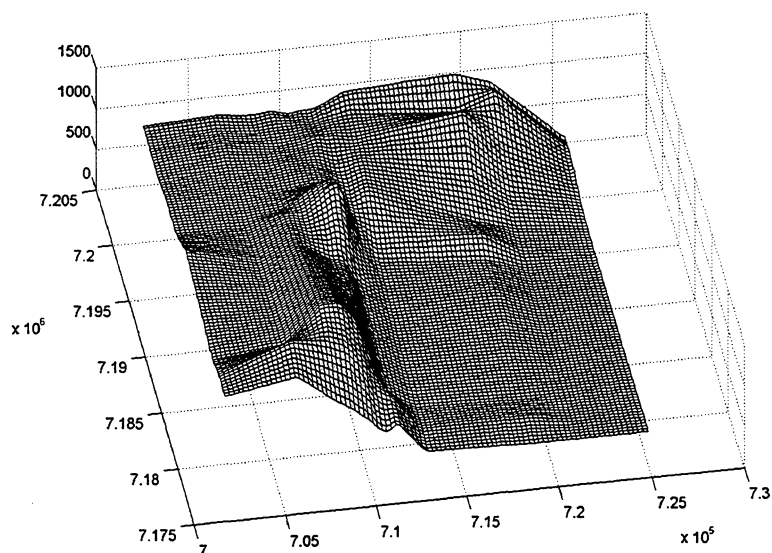


FIGURA 7.20 – SUPERFÍCIE COM RESOLUÇÃO 500M E TOLERÂNCIA 80M

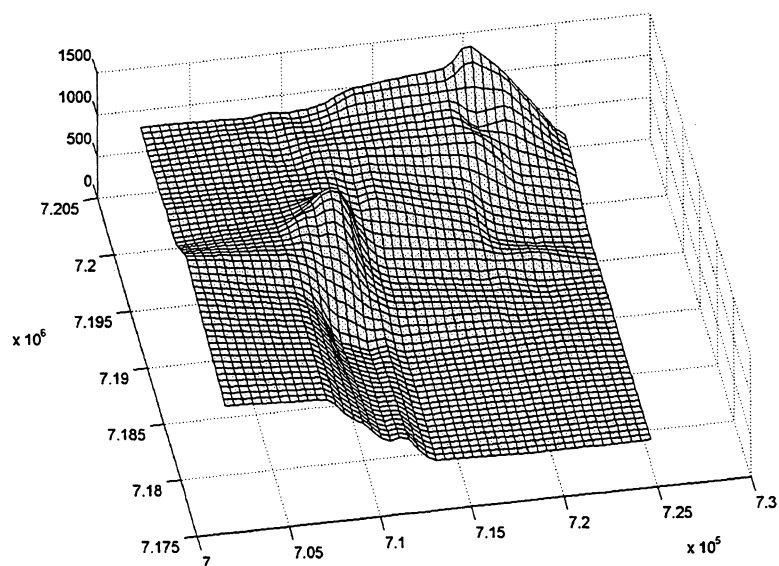
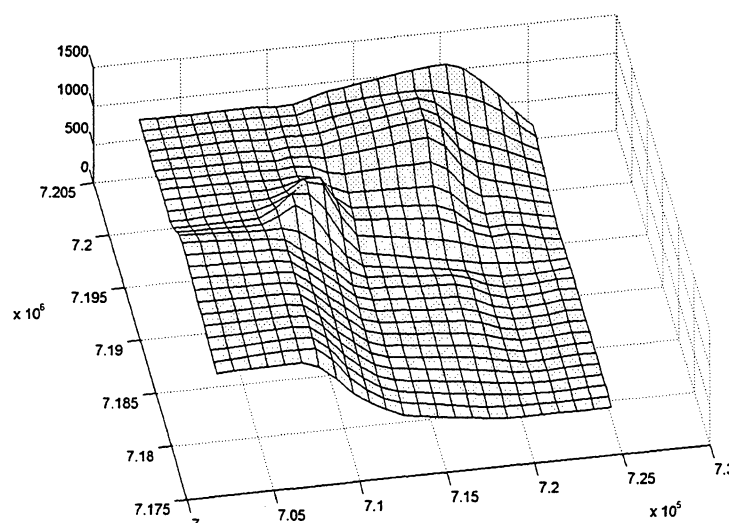


FIGURA 7.21 - SUPERFÍCIE COM RESOLUÇÃO 1000M E TOLERÂNCIA 80M



### 7.3.2 Experimentos com Grades Retangulares Regulares Derivadas *NE*, *NO*, *SE* e *SO*

As grades retangulares derivadas foram produzidas para todas as grades totais. Com a subdivisão das regiões totais buscou-se avaliar a influência da variação de altitudes em regiões mais homogêneas em termos de terreno mais suave ou terreno mais acidentado. Os quadrantes *NO* e *SE* são mais suaves pois são, respectivamente, regiões de planalto com altitude média de 900m e a planície com baixas altitudes. As regiões dos quadrantes *NE* e *SO* são mais acidentadas porque representam uma parte da Serra do Mar, e têm altitudes que variam entre os baixos valores da planície até os valores correspondentes aos pontos mais altos da serra.

Os testes com o quadrante *NE* (Tab. 7.15) mostram que a remoção de seções verticais paralelas do terreno tem início para a tolerância de 20m para a grade de resolução 100m. São removidas mais linhas e colunas das grades de resolução 100m e 150m para baixas tolerâncias (10m a 30m) porque estas grades têm seções mais próximas e portanto mais prováveis de serem similares entre si do que seções mais afastadas, como é o caso das resoluções de 500m a 1000m que para os mesmos valores de tolerância praticamente não apresentam remoção de seções. O mesmo ocorre para as resoluções de 200 e 250m testadas com a tolerância de 60m. Assim como ocorre para as grades totais, a remoção de seções verticais paralelas do terreno é menor para resoluções menores e um mesmo valor de tolerância. Os valores realçados na Tabela



7.15 representam baixa remoção de linhas e colunas, visto que mostram os números de linhas e colunas que permaneceram após a aplicação do processo de remoção progressiva, ou que tiveram apenas uma seção removida.

TABELA 7.15 - NÚMERO FINAL DE LINHAS E COLUNAS DO QUADRANTE *NE* APÓS A APLICAÇÃO DO PROCESSO DE REMOÇÃO PROGRESSIVA

Tol. \ Res.	100m		150m		200m		250m		500m		750m		1000m	
0m	123	110	82	74	63	56	50	47	27	24	19	18	14	13
10m	118	110	81	74	63	56	50	47	27	24	19	18	14	13
20m	91	77	73	68	59	56	46	47	27	24	19	18	14	13
30m	57	54	56	48	52	44	43	38	25	24	19	18	13	13
40m	40	35	40	36	40	37	32	32	23	22	19	17	13	13
60m	26	20	23	18	26	20	19	20	17	18	15	13	12	12
80m	13	14	13	15	15	15	11	14	12	12	11	12	10	11

Os testes com os dados do quadrante *SO* (Tab. 7.16) têm comportamento semelhante aos dados do quadrante *NE*. Ambas as regiões são acidentadas porque são representativas da Serra do Mar. A diferença entre os dois quadrantes está no número de seções removidas, para o quadrante *SO* a superfície se degenera mais do que para o quadrante *NE*. Isso pode ser detectado por comparação do número de linhas e colunas removidas a cada valor de tolerância, e pelo número final de linhas e colunas para a tolerância de 80m. Para os valores realçados, o comportamento para este quadrante também é o mesmo observado no quadrante *NE*.

TABELA 7.16 - NÚMERO FINAL DE LINHAS E COLUNAS DO QUADRANTE *SO* APÓS A APLICAÇÃO DO PROCESSO DE REMOÇÃO PROGRESSIVA

Tol. \ Res.	100m		150m		200m		250m		500m		750m		1000m	
0m	122	109	82	74	64	57	51	47	27	24	19	18	14	13
10m	121	100	82	72	64	57	51	47	27	24	19	18	14	13
20m	76	75	72	62	62	52	50	43	27	24	19	18	14	13
30m	49	48	46	50	47	47	40	39	26	23	18	18	14	13
40m	34	36	34	37	30	39	26	34	24	21	18	17	14	13
60m	18	22	19	24	19	23	19	23	18	19	17	15	13	11
80m	8	18	9	16	14	17	11	16	14	17	11	13	12	11

Os testes com os dados dos quadrantes *NO* e *SE* também apresentam o mesmo comportamento (Tab. 7.17 e 7.18). Nestes testes a remoção ocorre em maior intensidade para valores de tolerância menores. Isso está de acordo com o tipo de superfície que está representada. Para superfícies menos acidentadas, a ocorrência de similaridades é maior e como consequência a remoção de seções é mais drástica. As

regiões *NO* e *SE* são mais planas do que os quadrantes *NE* e *SO*. Para o caso do quadrante *SE*, os testes com tolerância de 60m e 80m não foram realizados porque estes resultariam em alta taxa de remoção de seções, e proporcionariam resultados semelhantes aos resultados dos testes com valor de tolerância para desnível de 40m. Para o caso da grade de resolução 100m, do quadrante *SE*, foram removidas ou excluídas 73 das 122 colunas e 54 das 109 colunas para o menor valor de tolerância. Para o mesmo valor de tolerância aplicado ao quadrante *NO*, a remoção foi de 48 linhas e 40 colunas. Para as resoluções menores, de 500m a 1000m, a remoção de seções é menos drástica porque o número de seções é menor, e estas têm um afastamento maior. Para a tolerância de 80m, todas as grades foram reduzidas a valores de linhas e colunas muito próximos, o que indica que, para este valor de tolerância todas as superfícies originais são reduzidas a uma mesma superfície mais aplanada.

TABELA 7.17 - NÚMERO FINAL DE LINHAS E COLUNAS DO QUADRANTE *NO* APÓS A APLICAÇÃO DO PROCESSO DE REMOÇÃO PROGRESSIVA

Tol. \ Res.	100m		150m		200m		250m		500m		750m		1000m	
0m	123	109	82	74	63	56	51	47	27	24	19	18	14	13
10m	75	69	68	53	59	43	50	38	27	23	19	18	14	13
20m	22	34	25	30	20	24	24	23	16	14	14	12	11	11
30m	12	19	11	22	10	17	11	18	11	11	10	9	10	8
40m	9	14	7	13	8	14	10	14	11	8	9	8	8	7
60m	8	6	7	7	6	7	7	7	6	6	8	5	7	5
80m	5	4	5	5	5	6	7	6	6	5	6	5	6	4

TABELA 7.18 - NÚMERO FINAL DE LINHAS E COLUNAS DO QUADRANTE *SE* APÓS A APLICAÇÃO DO PROCESSO DE REMOÇÃO PROGRESSIVA

Tol. \ Res.	100m		150m		200m		250m		500m		750m		1000m	
0m	122	109	82	74	64	57	51	47	27	24	19	18	14	13
10m	49	55	46	50	41	38	34	29	20	22	14	16	<b>13</b>	<b>13</b>
20m	11	20	13	22	12	21	15	22	12	15	12	12	10	12
30m	10	12	8	13	8	9	6	3	6	4	8	5	7	12
40m	5	3	7	3	7	3	5	3	5	3	6	4	5	10
60m	-	-	5	3	5	3	5	3	5	3	5	4	5	4
80m	-	-	5	3	5	3	4	3	4	3	4	4	4	4

Da comparação dos valores realçados com negrito das Tabelas 7.18 e 7.17 conclui-se que a remoção de seções nos quadrantes *NO* e *SE* ocorre de forma mais

acelerada, e que estes quadrantes são mais sensíveis a baixos valores de tolerância em virtude de serem regiões mais planas. Nestes quadrantes, qualquer dos valores de tolerância aplicados resulta em remoção de seções, exceto para a resolução de *1000m* em que, para o valor de tolerância de *10m*, não resultou em remoção, isso só ocorreu a partir do valor de tolerância de *20m*.

O número de iterações observados nos testes das diferentes sub-regiões permite diferenciá-las. Para os testes realizados com os dados dos quadrantes *NE* e *SO* (Tab. 7.19 e 7.20), os números de iterações é menor do que o número de iterações para os testes com os dados dos quadrantes *SE* e *NO* (7.21 e 7.22). Em todas estas tabelas, o número mínimo de duas iterações está realçado.

TABELA 7.19 - NÚMERO DE ITERAÇÕES PARA OS TESTES DAS SEÇÕES NORMAIS E TRANSVERSAS DO QUADRANTE NE COM REMOÇÃO PROGRESSIVA

TOL. \ RES.	100NE		150NE		200NE		250NE		500NE		750NE		1000NE	
10m	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
20m	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
30m	4	3	4	4	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2
40m	6	4	4	5	5	4	4	3	3	2	2	2	2	2
60m	5	6	6	5	4	4	5	4	5	3	2	3	2	2
80m	6	6	6	5	5	4	6	4	5	4	4	3	3	2

TABELA 7.20 – NÚMERO DE ITERAÇÕES PARA OS TESTES DAS SEÇÕES NORMAIS E TRANSPOSTAS COM REMOÇÃO PROGRESSIVA DO QUADRANTE SO

TOL. \ RES.	100SO		150SO		200SO		250SO		500SO		750SO		1000SO	
10m	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
20m	3	4	2	3	2	2	3	2	2	2	2	2	2	2
30m	4	5	3	4	3	3	4	3	2	2	2	2	2	2
40m	4	5	3	4	4	4	6	3	2	3	2	2	2	2
60m	6	5	5	5	5	4	5	4	4	3	3	3	2	3
80m	10	5	8	6	5	6	8	5	5	3	3	3	3	3

TABELA 7.21 - NÚMERO DE ITERAÇÕES PARA OS TESTES DAS SEÇÕES NORMAIS E TRANSPOSTAS COM REMOÇÃO PROGRESSIVA DO QUADRANTE SE

TOL. \ RES.	100SE		150SE		200SE		250SE		500SE		750SE		1000SE	
10m	9	9	8	5	5	8	9	11	6	2	6	3	2	2
20m	7	8	6	7	6	6	6	5	5	5	4	4	3	2
30m	6	7	6	6	6	7	6	8	5	10	4	7	4	2
40m	7	9	6	8	6	8	6	7	5	7	4	6	4	3
60m	--	--	7	8	6	7	6	7	5	6	4	5	4	5
80m	--	--	7	8	6	7	7	7	6	6	5	5	5	5

TABELA 7.22 – NÚMERO DE ITERAÇÕES PARA OS TESTES DAS SEÇÕES NORMAIS E TRANSPOSTAS E COM REMOÇÃO PROGRESSIVA DO QUADRANTE *NO*

TOL. \ RES.	100NO		150NO		200NO		250NO		500NO		750NO		1000NO	
10m	5	4	3	4	2	4	2	3	2	2	2	2	2	2
20m	8	9	5	7	6	7	5	8	3	7	4	5	4	2
30m	7	7	6	8	6	6	6	6	5	5	4	5	3	4
40m	7	8	7	9	6	6	5	6	4	6	4	5	3	4
60m	6	9	7	9	6	7	6	9	6	6	4	5	4	5
80m	8	9	7	8	7	7	6	7	4	7	5	5	5	6

Para os testes com os dados dos quadrantes *SE* e *NO* percebe-se maior número de iterações do que para os testes com os dados dos quadrantes *NE* e *SO*. Tal como nos dados sobre o número final de seções após a aplicação do processo de remoção progressiva, pode-se dizer que a ocorrência de maior número de iterações se deve ao relevo menos acidentado dos quadrantes *SE* e *NO*. Em alguns testes ocorrem números de iterações menores para tolerâncias maiores. Isso se deve ao maior número de seções removidas nas primeiras iterações do processo, quando o valor da tolerância é maior e, como consequência, resta um número menor de seções para ser removidas nas iterações seguintes e o processo termina. Para os quadrantes *NE* e *SO*, o número de iterações é crescente com o crescimento do valor da tolerância, porque estes quadrantes têm o relevo mais acidentado.

Em geral, a equivocação  $H(Y|X)$  tem valor inicial diferente do valor final quando o processo de remoção progressiva é aplicado. Quando o valor inicial é nulo, isto é, quando não forem detectadas similaridades entre os pares de seções, o valor final também será nulo. A equivocação decresce porque, com o processo de remoção progressiva, aquelas seções verticais paralelas do terreno que são similares, e portanto que concorrem para o aumento do valor da equivocação, são removidas e na iteração seguinte as seções similares são em menor número e provocam um valor de equivocação menor. O valor de equivocação deve sempre diminuir quando o processo de remoção progressiva é aplicado. Para o quadrante *NE*, os valores de equivocação são menores do que para as outras três (*NO*, *SE*, *SO*), porque este é o mais acidentado. Os valores de equivocação muito baixos, e os valores nulos observados nas grades retangulares, com resoluções menores do que 200m se devem à baixa ou nula ocorrência de similaridades nestas grades para baixos valores de tolerância de 10m,

20m e até 30m. Disso depreende-se que para terrenos mais acidentados é necessário um maior número de seções para representar a superfície.

TABELA 7.23 – VALOR DE EQUIVOCAÇÃO INICIAL E FINAL DAS COLUNAS PARA OS TESTES COM O QUADRANTE NE COM REMOÇÃO PROGRESSIVA

TOL. \ RES.	100NE		150NE		200NE		250NE		500NE		750NE		1000NE	
10m	0,41	0,41	0,05	0,05	0,01	0,01	0,02	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20m	1,62	0,95	0,88	0,74	0,42	0,42	0,43	0,43	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
30m	2,59	1,06	1,78	0,96	1,15	0,72	1,01	0,91	0,08	0,08	0,00	0,00	0,00	0,00
40m	3,45	0,99	2,49	1,03	1,85	1,02	1,68	0,92	0,49	0,38	0,12	0,09	0,09	0,09
60m	4,81	1,02	3,82	0,96	2,93	0,95	2,82	1,07	1,23	0,76	0,84	0,48	0,48	0,35
80m	5,84	0,99	4,75	0,97	3,92	1,03	3,72	1,04	1,99	0,93	1,45	0,85	0,85	0,59

O quadrante *SO* é semelhante ao quadrante *NE* e apresenta comportamento de equivocação semelhante a este (Tab. 7.24). A ocorrência de valores de equivocação iguais a zero é menor do que para o quadrante *NE*. Os valores nulos de equivocação ocorrem para as resoluções menores do que 500m, para as tolerâncias de 10m e 20m, para esta última a equivocação é nula apenas para a resolução mais baixa.

TABELA 7.24 - VALOR DE EQUIVOCAÇÃO INICIAL E FINAL DAS COLUNAS PARA OS TESTES COM O QUADRANTE *SO* COM REMOÇÃO PROGRESSIVA

TOL. \ RES.	100SO		150SO		200SO		250SO		500SO		750SO		1000SO	
10m	0,57	0,34	0,25	0,21	0,13	0,13	0,09	0,09	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20m	1,87	0,97	1,05	0,57	0,62	0,35	0,53	0,32	0,16	0,16	0,04	0,04	0,00	0,00
30m	2,86	1,02	1,95	1,01	1,41	0,83	1,03	0,55	0,29	0,20	0,09	0,09	0,07	0,07
40m	3,60	1,04	2,62	1,05	1,96	1,01	1,71	0,86	0,58	0,24	0,29	0,16	0,08	0,08
60m	4,74	0,98	3,67	1,00	2,98	1,01	2,62	1,06	1,18	0,62	0,69	0,32	0,42	0,07
80m	5,59	1,08	4,45	1,02	3,71	1,09	3,27	0,98	1,84	0,99	1,20	0,69	0,73	0,34

Os valores de equivocação para os quadrantes *SE* e *NO* (Tab. 7.25 e 7.26) apresentam o mesmo comportamento. São maiores, comparativamente aos valores de equivocação observados para os quadrantes *NE* e *SO*, porque para terreno mais suave há maior possibilidade de se encontrar pares de seções similares, que é o caso destes quadrantes. Para estes dois quadrantes, não ocorrem valores nulos de equivocação, apenas ocorrem valores baixos para resoluções baixas quando são usados baixos valores de tolerância. Os valores finais de equivocação são ligeiramente maiores para estes quadrantes se comparados aos dois outros quadrantes.

TABELA 7.25 - VALOR DE EQUIVOCAÇÃO INICIAL E FINAL DAS COLUNAS PARA OS TESTES COM O QUADRANTE *SE* COM REMOÇÃO PROGRESSIVA

TOL. \ RES.	100SE		150SE		200SE		250SE		500SE		750SE		1000SE	
10m	2,17	0,88	1,42	0,61	1,00	0,37	0,94	0,24	0,48	0,22	0,20	0,07	0,14	0,14
20m	4,82	0,98	3,78	0,99	3,27	0,96	2,84	1,00	1,46	0,36	0,96	0,38	0,59	0,40
30m	6,40	1,01	5,30	1,07	4,54	0,87	4,13	1,05	2,54	1,10	1,87	0,57	0,91	0,64
40m	7,85	1,09	6,54	1,14	5,92	1,07	5,80	1,10	3,86	1,14	3,33	0,95	1,26	0,61
60m	--	--	8,80	1,24	7,91	1,24	7,41	1,24	5,48	1,21	4,71	1,18	3,00	0,93
80m	--	--	9,25	1,31	8,48	1,28	7,94	1,31	5,94	1,27	5,17	1,68	3,87	1,34

TABELA 7.26 - VALOR DE EQUIVOCAÇÃO INICIAL E FINAL DAS COLUNAS PARA OS TESTES COM O QUADRANTE *NO* COM REMOÇÃO PROGRESSIVA

TOL. \ RES.	100NO		150NO		200NO		250NO		500NO		750NO		1000NO	
10m	2,08	0,54	1,34	0,32	1,02	0,30	0,77	0,20	0,29	0,20	0,13	0,13	0,06	0,06
20m	4,73	0,97	3,67	0,62	3,07	0,48	2,45	0,35	1,47	0,28	0,96	0,08	0,68	0,23
30m	6,07	0,99	5,01	1,01	4,56	0,80	3,54	0,55	2,44	0,33	1,85	0,27	1,17	0,34
40m	6,87	1,00	5,78	0,93	5,27	0,99	4,36	0,93	2,93	0,42	2,30	0,33	1,71	0,31
60m	8,17	1,04	6,96	0,91	6,57	0,84	5,38	1,08	4,11	0,50	3,13	0,39	2,20	0,17
80m	8,68	0,97	7,53	1,04	6,96	1,05	6,04	1,03	4,51	0,95	3,62	0,71	2,67	0,23

A informação útil  $R$  está diretamente ligada aos valores de equivocação. Os valores de informação útil inicial e final são apresentados para todas os quadrantes nas Tabelas 7.27 a 7.30. Para os quadrantes *NE* e *SO*, os valores de informação útil são maiores do que para os quadrantes *SE* e *NO*. A existência de altos valores de equivocação implica baixos valores de informação útil e vice-versa. Quando a equivocação é nula, os valores de informação útil inicial e final são iguais entre si e iguais ao valor da entropia do conjunto original  $H(X)$ , isso significa que não ocorre um problema na comunicação dos dados segundo o ponto de vista expresso na função de similaridade usada para avaliar os dados. Neste caso, nenhum par de seções foi considerado similar. Os valores de informação útil são menores para os quadrantes *SE* e *NO* porque o processo de remoção progressiva atua mais em regiões mais planas, de modo que o número final de seções é mais baixo do que para regiões mais acidentadas.

A informação útil decresce drasticamente com o aumento do valor de tolerância para o quadrante *SE* (Tab. 7.29). Enquanto o valor de informação útil final resulta maior do que 3 para os quadrantes *NE* e *SO*, e para parte dos testes com o quadrante *NO*, para o quadrante *SE* o valor de informação útil é menor do que 1,0 para a maioria dos testes com valor de tolerância maior do que 30m. Neste quadrante, os valores

inicial e final de informação útil para altas tolerâncias é afetado pela alta taxa de remoção de seções.

TABELA 7.27 - VALOR DA INFORMAÇÃO ÚTIL INICIAL E FINAL DAS COLUNAS PARA OS TESTES COM O QUADRANTE *NE* COM REMOÇÃO PROGRESSIVA

TOL. \ RES.	100NE		150NE		200NE		250NE		500NE		750NE		1000NE	
10m	6,66	6,66	6,19	6,19	5,80	5,80	5,55	5,55	4,58	4,58	4,17	4,17	3,70	3,70
20m	6,51	5,47	5,94	5,85	5,63	5,63	5,36	5,36	4,58	4,58	4,17	4,17	3,70	3,70
30m	6,35	5,41	5,73	5,20	5,39	5,14	5,10	4,95	4,54	4,54	4,17	4,17	3,70	3,70
40m	6,10	4,68	5,52	4,72	5,16	4,76	4,90	4,56	4,30	4,23	4,08	4,05	3,64	3,64
60m	5,40	3,76	4,95	3,60	4,76	3,77	4,43	3,73	3,91	3,70	3,65	3,45	3,38	3,34
80m	4,70	3,17	4,43	3,32	4,26	3,27	3,96	3,15	3,49	2,93	3,28	3,06	3,15	3,04

TABELA 7.28 - VALOR DA INFORMAÇÃO ÚTIL INICIAL E FINAL DAS COLUNAS PARA OS TESTES COM O QUADRANTE *SO* COM REMOÇÃO PROGRESSIVA

TOL. \ RES.	100SO		150SO		200SO		250SO		500SO		750SO		1000SO	
10m	6,63	6,55	6,12	6,10	5,77	5,77	5,51	5,51	4,58	4,58	4,17	4,17	3,70	3,70
20m	6,36	5,95	5,86	5,75	5,60	5,56	5,34	5,29	4,49	4,49	4,14	4,14	3,70	3,70
30m	6,18	5,21	5,63	5,27	5,31	5,22	5,16	5,04	4,43	4,41	4,11	4,11	3,65	3,65
40m	5,98	4,73	5,46	4,77	5,14	4,86	4,87	4,70	4,24	4,24	3,98	3,98	3,64	3,64
60m	5,45	3,95	5,09	4,08	4,80	3,99	4,55	3,98	3,93	3,87	3,74	3,69	3,41	3,41
80m	4,90	3,55	4,70	3,39	4,50	3,46	4,28	3,40	3,58	4,79	3,45	3,23	3,19	3,21

TABELA 7.29 - VALOR DA INFORMAÇÃO ÚTIL INICIAL E FINAL DAS COLUNAS PARA OS TESTES COM O QUADRANTE *SE* COM REMOÇÃO PROGRESSIVA

TOL. \ RES.	100SE		150SE		200SE		250SE		500SE		750SE		1000SE	
10m	6,15	5,44	5,68	5,38	5,41	5,07	5,11	4,72	4,29	4,32	4,04	3,96	3,60	3,60
20m	4,97	3,76	4,60	3,91	4,29	3,84	4,12	3,89	3,71	3,66	3,56	3,31	3,30	3,30
30m	4,03	2,91	3,78	3,01	3,63	2,53	3,44	0,49	3,04	0,96	2,96	1,80	3,10	3,16
40m	2,91	0,45	2,94	0,40	2,72	0,47	2,25	0,43	2,13	0,42	1,88	1,11	2,87	2,80
60m	--	--	1,03	0,28	1,12	0,28	2,04	0,28	0,92	0,33	0,85	0,88	1,55	1,12
80m	--	--	0,64	0,20	0,63	0,24	0,59	0,20	0,58	0,26	0,51	0,39	0,85	0,72

TABELA 7.30 - VALOR DA INFORMAÇÃO ÚTIL INICIAL E FINAL DAS COLUNAS PARA OS TESTES COM O QUADRANTE *NO* COM REMOÇÃO PROGRESSIVA

TOL. \ RES.	100NO		150NO		200NO		250NO		500NO		750NO		1000NO	
10m	6,12	5,91	5,72	5,59	5,39	5,28	5,21	5,14	4,43	4,40	4,10	4,10	3,66	3,66
20m	4,77	4,63	4,48	4,58	4,28	4,30	4,31	4,31	3,70	3,72	3,56	3,53	3,23	3,29
30m	4,06	3,70	3,77	3,91	3,39	3,57	3,69	3,84	3,08	3,22	2,96	2,95	2,89	2,73
40m	3,58	3,16	3,35	3,09	3,00	3,17	3,24	3,20	2,80	2,66	2,70	2,74	2,50	2,56
60m	2,61	1,73	2,55	2,09	2,09	1,88	2,60	1,96	1,94	2,16	2,06	1,98	2,15	2,16
80m	2,21	1,08	2,12	1,41	1,84	1,05	2,13	1,72	1,65	1,47	1,71	1,68	1,77	1,78

A visualização de um subconjunto dos dados das representações dos quadrantes derivados das grades retangulares totais originais, e derivados por processamento com o método da remoção progressiva está apresentada nas figuras de 7.22 a 7.33. Nas figuras 7.22, 7.25, 7.28 e 7.31 são mostradas as superfícies dos quadrantes *NE* e *SE*, e suas curvas de nível derivadas, para as grades antes de sofrer o processamento e aplicação do processo de remoção progressiva. As curvas de nível representadas não têm o seu valor da altitude associado, porque o propósito da análise das curvas de nível é perceber alguma variação em suas representações com a variação no número de seções verticais paralelas do terreno que são usadas na sua derivação. O intervalo vertical entre as curvas de nível é de *100m*.

Nas Figuras 7.22 a 7.24 estão as representações do quadrantes *NE* de resolução *100m*. A superfície original e as curvas de nível dela derivadas são apresentadas na Fig. 7.22a e b. A representação das curvas de nível derivadas das superfícies, submetidas ao processo de remoção progressiva com tolerâncias de *10m*, teve como remoção média 4% de seções normais e seções transversas (Fig. 7.24a e b). Para a tolerância de *30m* houve remoção de aproximadamente 46% de seções transversas e 50% de seções normais. O número de seções removidas no teste com tolerância de *10m* é baixo porque a superfície é acidentada. A remoção de seções quando o valor de tolerância é de *30m* foi mais significativa e resultou numa “baixa” suavização da superfície representada (Fig. 7.24a). A aparência geral das curvas de nível derivadas da grade final processada com tolerância *30m* (Fig. 7.24b) é a mesma das curvas derivadas dos dados originais (Fig. 7.22b).

Para o teste realizado com a grade retangular regular de resolução *250m* do quadrante *NE*, com valor de tolerância de *10m*, não houve remoção de seções porque não foram encontradas similaridades entre os pares de seções. Os testes com a grade regular retangular de resolução *250m* do quadrante *NE*, com valores de tolerância de *30m* e *40m* (Fig. 7.25 a 7.27) mostram que o processo de remoção progressiva aplanar a superfície (Fig. 7.26a e 7.27a), e como consequência gera curvas de nível mais suaves (Fig. 7.26b e 7.27b). As curvas de nível derivadas por processamentos do quadrante



*NE* com as resoluções de *10m* e *40m* proporcionaram redução de dados, porém mantém o caráter da superfície.

Para o caso de uma superfície mais aplanada, como aquela presente no quadrante *SE*, os baixos valores de tolerância resultam em altas porcentagens de remoção de seções. Nas Figuras 7.28 a 7.30 estão representadas as grades e as respectivas curvas de nível derivadas, para a resolução de *100m*, e nas Figuras 7.31 a 7.33 para a resolução de *250m*. Para ambas as resoluções os valores de tolerância são *10m* e *30m*. Pode-se perceber que mesmo para o valor de tolerância de *10m*, aplicado a uma grade de resolução de *100m*, produz um padrão artificial de superfície paralelo às orientações das seções normais e transversas (Fig. 7.29a). A aplicação do valor de tolerância de *30m* à grade de resolução *100m* resulta em maior simplificação de formas da superfície, e mantém suavizadas as regiões mais altas (Fig. 7.30a). A não representação das curvas de nível de zero metros trouxe, para regiões homogêneas de baixas altitudes a simplificação de superfícies, o inconveniente a ocorrências de vazios como pode ser visto nas Figuras 7.29b e 7.30b. O resultado da aplicação do valor de tolerância de *10m* à grade retangular regular de *250m* produz resultado semelhante àquele observado na grade de resolução *100m*. Para a grade de resolução *250m* também são produzidas formas de relevo artificial paralelas às direções das seções, no entanto as curvas de nível não permitem visualizar o efeito devido ao intervalo vertical escolhido (Fig. 7.32a e b). O caso mais extremo pode ser observado para a grade de resolução *250m* para a qual o valor de tolerância de *30m* foi usado (Fig. 7.33). Neste teste o processo de remoção progressiva proporcionou a remoção de 94% de seções normais e de 92% de seções transversas. A deterioração da superfície produziu uma encosta suave (Fig. 7.33a) de modo que apenas um segmento de uma única curva de nível pode ser derivado para o intervalo vertical de *100m* (Fig. 7.33b).

FIGURA 7.22 – GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 100M QUADRANTE NE ORIGINAL

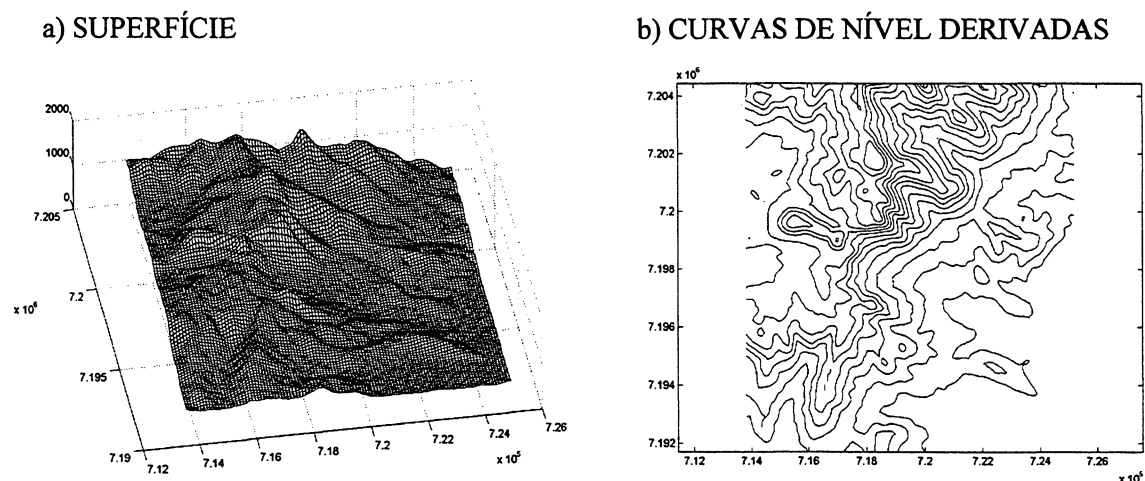


FIGURA 7.23 – GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 100M QUADRANTE NE TOLERÂNCIA 10M

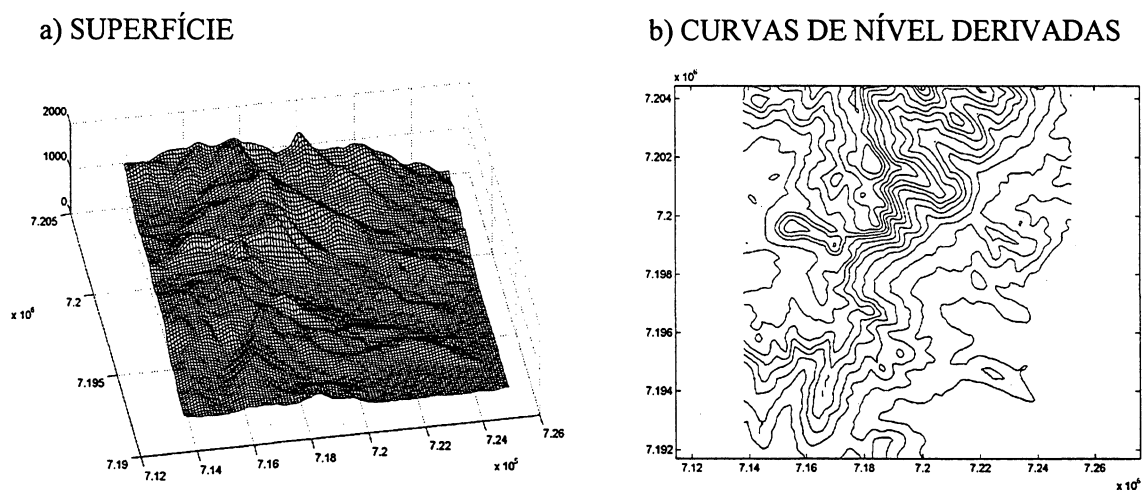


FIGURA 7.24 – GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 100M QUADRANTE NE TOLERÂNCIA 30M

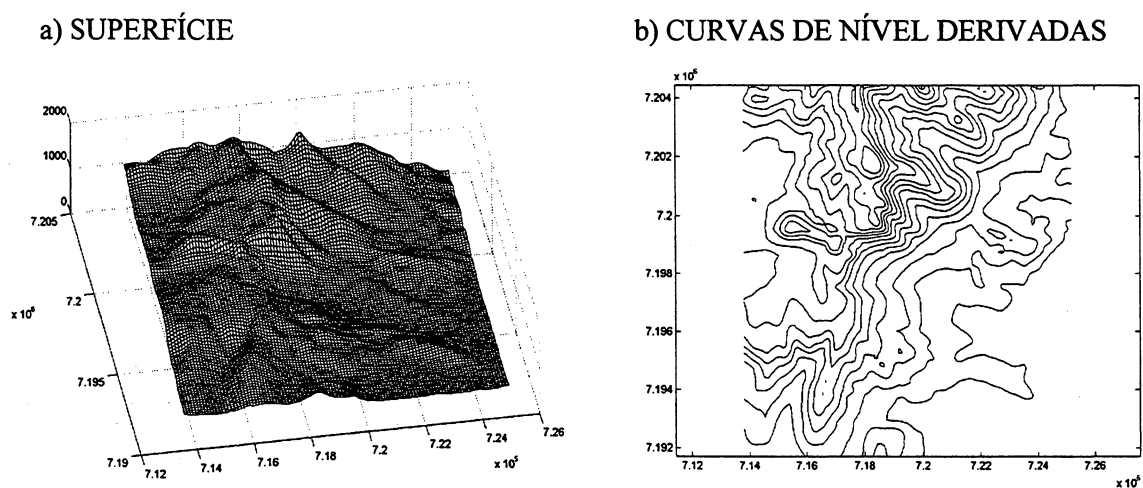


FIGURA 7.25 – GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 250M QUADRANTE NE ORIGINAL

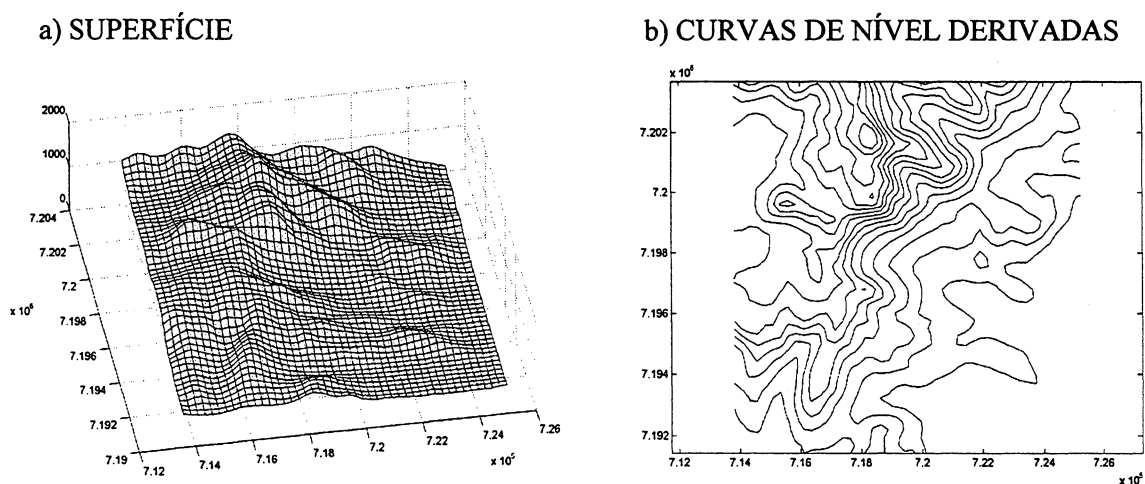


FIGURA 7.26 – GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 250M QUADRANTE NE TOLERÂNCIA 30M

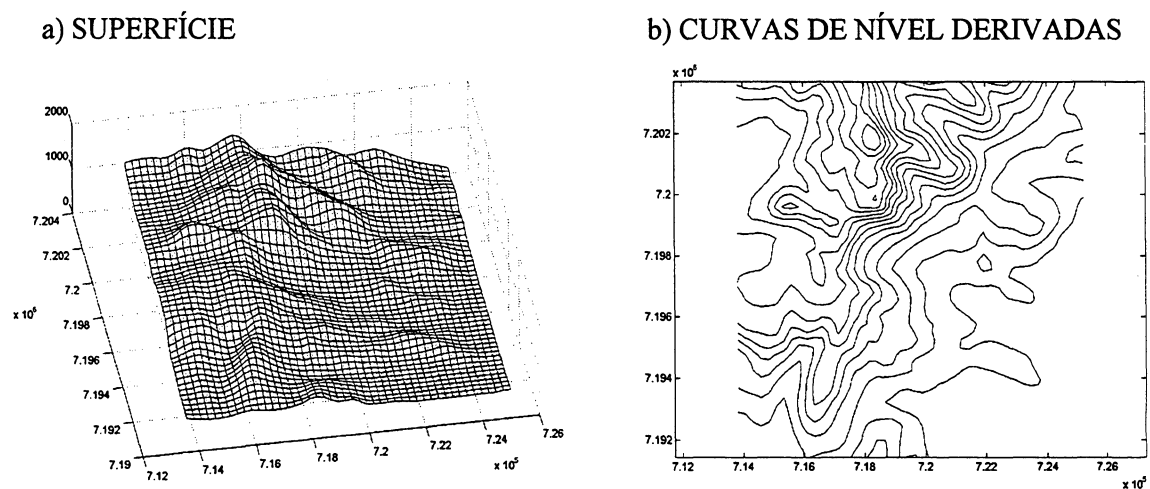


FIGURA 7.27 GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 250M QUADRANTE NE TOLERÂNCIA 40M

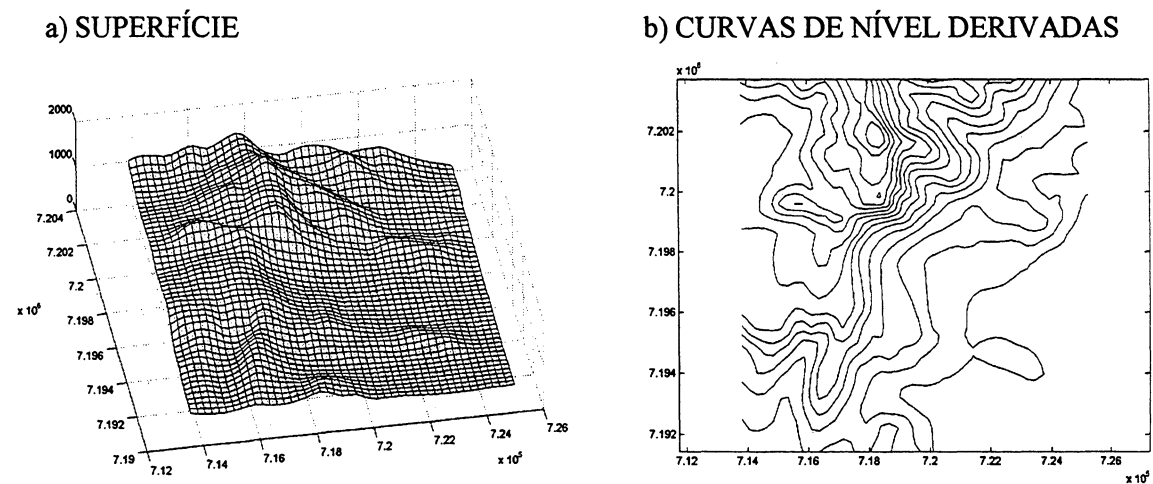
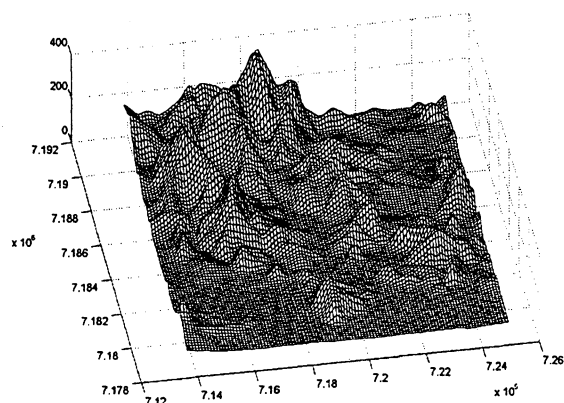


FIGURA 7.28 – GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 100M QUADRANTE SE ORIGINAL

a) SUPERFÍCIE



b) CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS

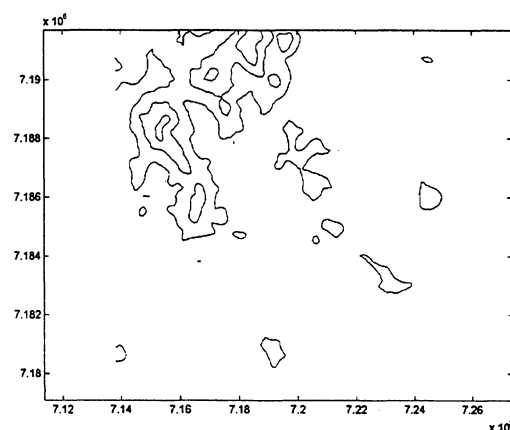
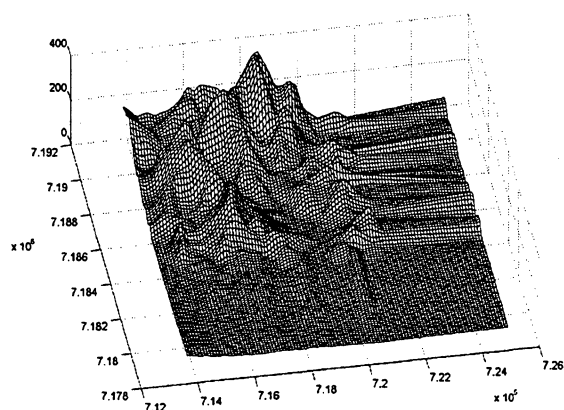


FIGURA 7.29 – GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 100M QUADRANTE SE TOLERÂNCIA 10M

a) SUPERFÍCIE



b) CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS

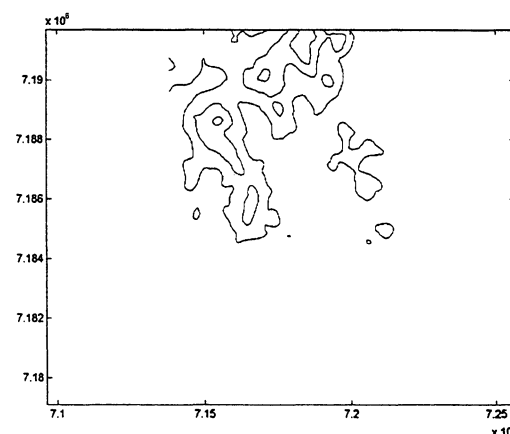
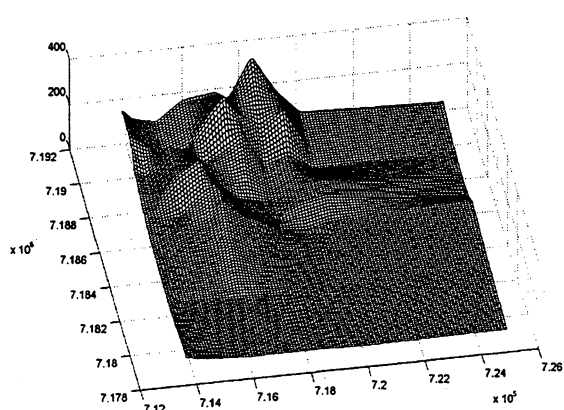


FIGURA 7.30 – GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 100M QUADRANTE SE TOLERÂNCIA 30M

A) SUPERFÍCIE



B) CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS

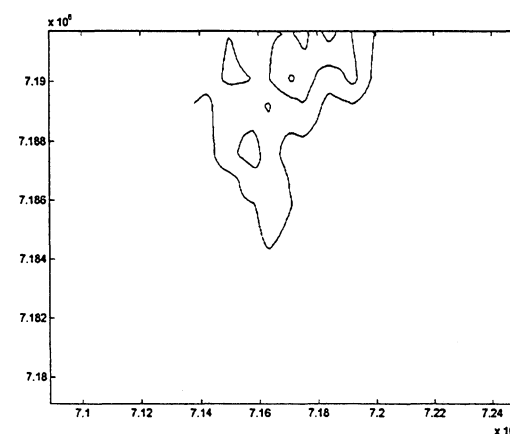
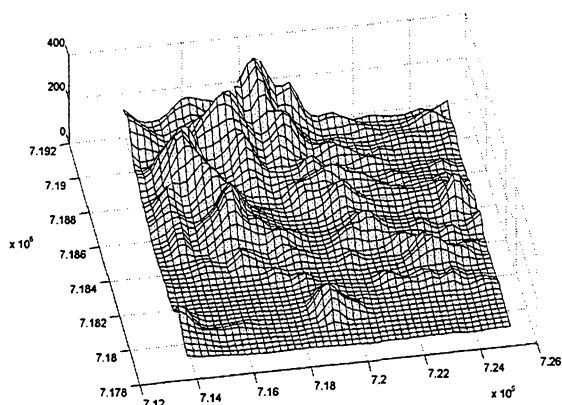


FIGURA 7.31 – GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 250M QUADRANTE SE ORIGINAL

a) SUPERFÍCIE



b) CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS

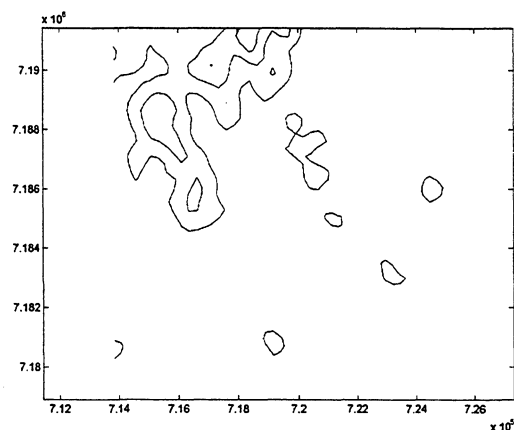
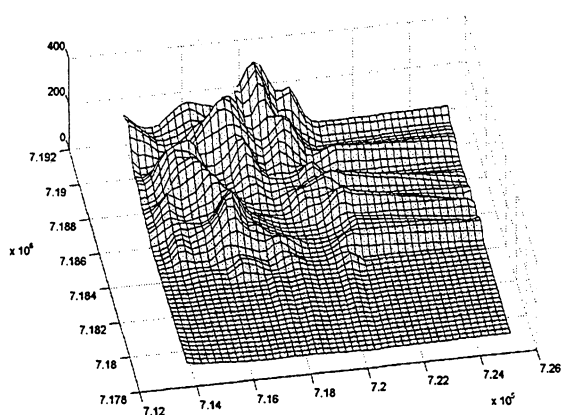


FIGURA 7.32 – GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 250M QUADRANTE SE TOLERÂNCIA 10M

a) SUPERFÍCIE



b) CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS

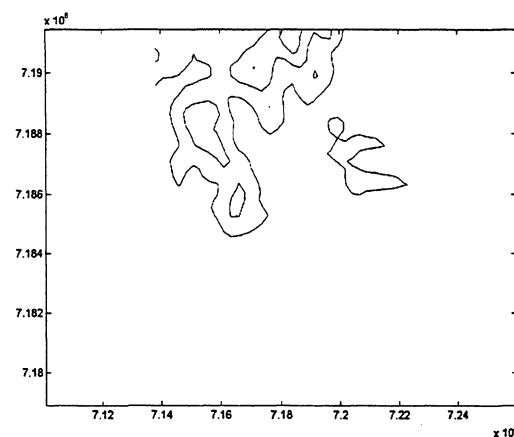
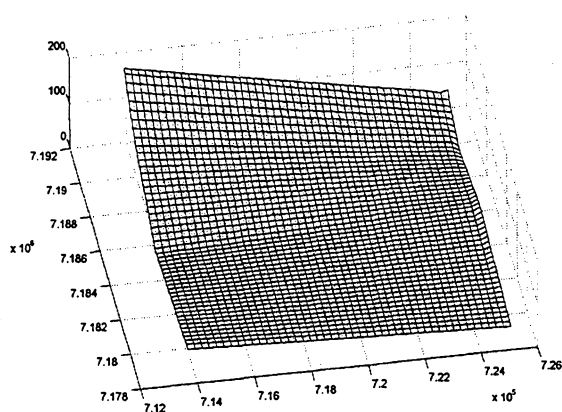
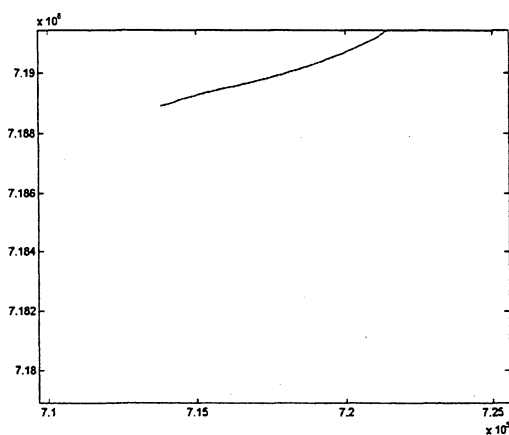


FIGURA 7.33 – GRADE RETANGULAR DE RESOLUÇÃO 250M QUADRANTE SE TOLERÂNCIA 30M

a) SUPERFÍCIE



b) CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS



A divisão das regiões totais em quadrantes que têm o relevo semelhante possibilitou realizar a verificação do relacionamento entre a topografia e o valor de tolerância. Pode-se concluir que, dependendo do valor da tolerância, a aplicação do processo de remoção progressiva pode provocar uma redução de seções tal que apenas as seções muito afastadas, e por isso mais dissimilares, permaneçam e tornem a superfície muito simplificada. Do ponto de vista de generalização, algumas vezes poderá ser necessário aplicar valores de tolerância mais altos para produzir uma grande suavização.

A aplicação do processo de remoção progressiva proporciona a remoção de seções verticais paralelas do terreno após a determinação dos valores de similaridade de pares de seções verticais e com a consideração apresentada no Capítulo 5, item 5.6, que determina o modo como as seções consideradas similares são removidas. As superfícies resultantes do processo de remoção progressiva dos testes realizados no Item 7.3.2 foram geradas a partir das seções normais e transversas remanescentes do processo iterativo realizado de forma independente para as seções normais e para as seções transversas. Isto quer dizer que somente após haver convergência do processo de remoção progressiva aplicado às seções normais é que o mesmo processo foi aplicado às seções transversas. O critério determinante do final de processo é a ausência de pares de seções verticais paralelas do terreno que sejam similares entre si.

Quando se aplica o processo de remoção progressiva às seções normais e às seções transversas isoladamente, tendo como critério de convergência o número de seções removidas na última iteração, não se pode controlar o montante de simplificação aplicada à superfície pela remoção de seções. O controle da simplificação que afeta a superfície pode ser possível pela avaliação da declividade das faces da grade retangular, cada vez que o processo de remoção progressiva é aplicado às seções normais e às seções transversas.

#### 7.4 EXPERIMENTOS COM GRADES RETANGULARES REGULARES TOTAIS E REMOÇÃO PROGRESSIVA COM CONTROLE DE DECLIVIDADE

A declividade de cada face da superfície é calculada e distribuída em classes cujo número é determinado de acordo com a regra de Sturges usando os dados da

grade retangular regular, isto é, usando dos dados de grade retangular regular antes da aplicação da TMC.

O valor da tolerância para o desnível que é usado na função de similaridade foi derivado do valor de declividade média da superfície. A declividade de cada uma das faces da superfície, seja ela determinada por uma grade retangular regular ou irregular, é calculada usando o procedimento apresentado no Apêndice C. Os valores de declividade de uma representação de superfície por meio de uma grade retangular diminuem com a aplicação do processo de remoção progressiva (Tab. 7.31). Nesta tabela, que corresponde ao processamento dos dados da grade retangular de resolução 250m e tolerância de 43m para altitudes e 5% para declividades, as colunas indicam a frequência da declividade para o número de classes definida pela regra de Sturges. Cada coluna da tabela representa uma iteração em que o processo de remoção progressiva é aplicado. Os valores de frequência de declividades variam em cada classe para diferentes iterações porque a representação da superfície é modificada a cada iteração. A primeira classe de declividades apresenta a frequência das declividades mais baixas encontradas na grade e a última classe apresenta as declividades mais altas. Para as frequências de declividades apresentadas nesta tabela a variação mais significativa ocorre para a classe 3 que perde valores de declividade, enquanto a classe 1 sofre aumento de frequência. A redução da frequência das classes de maiores declividades e o aumento da frequência de classes de menores declividades indica que a declividade média da superfície diminuiu.

TABELA 7.31 – VARIAÇÃO DA FREQUÊNCIA DAS DECLIVIDADES PARA PROCESSO ITERATIVO DE REMOÇÃO PROGRESSIVA

Classes decliv.	Valor inicial	Iteração 1	Iteração 2
1	40.26	40.96	41.14
2	22.17	20.53	21.35
3	15.00	14.72	13.40
:	:	:	:
:	:	:	:
12	0.11	0.21	0.32
13	0.04	0.14	0.18
14	0.04	0.11	0.21

Percebe-se que os valores de frequência de declividade variam com o número de iterações e crescem para as primeiras classes porque estas representam as menores declividades. Como consequência, ocorre um efeito de suavização da representação da superfície.

#### 7.4.1 Testes com Dados do Quadrante NE

As grades retangulares regulares de resoluções *100m*, *200m*, *250m*, *500m*, *750m* e *1000m* foram utilizadas para os testes do quadrante NE (Tab. 7.32). Os valores de tolerância derivados dos valores da declividade média da superfície, para cada resolução, são crescentes, embora a declividade média seja decrescente. Isso ocorre porque a superfície representada por meio das grades retangulares é a mesma, e uma redução de resolução tende a suavizar a sua representação. O valor da tolerância da variação da declividade para as classes de declividade foi de 5% e proporcionou um máximo de 3 iterações para a grade retangular regular de resolução *250m*.

TABELA 7.32 – DADOS RELATIVOS AOS TESTES DO QUADRANTES NE COM REMOÇÃO PROGRESSIVA E CONTROLE DE SUAUIZAÇÃO POR VARIAÇÃO DE DECLIVIDADE

Resolução e quad.	Tolerâncias		N. it.	Porcent. de remoção		Declividade média da superfície para as iterações	Número de faces	
	$\Delta h$	Dec.		It. inicial	It. final		Inicial	Final
100NE	30m	5%	1	42 40	42 40	28% 33%	13298	4543
200NE	50m	5%	2	41 37	49 48	26% 29%	3410	1390
250NE	56m	5%	3	40 40	58 53	24% 25% 27% 27%	2254	857
500NE	100m	5%	2	33 37	56 50	21% 22% 20%	598	205
750NE	127m	5%	1	42 39	42 39	18% 17%	306	97
1000NE	147m	5%	1	36 38	36 38	16% 13%	156	53

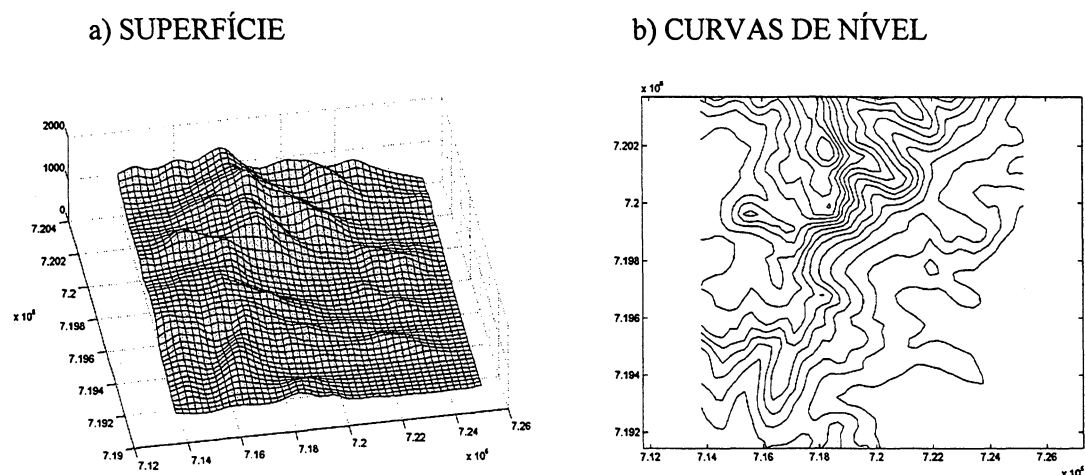
Os valores de tolerância derivados dos valores de declividade média das respectivas resoluções proporcionam uma remoção média de seções acima de 33% para a primeira iteração do processo de remoção progressiva. Para todos os processamentos realizados, na primeira iteração sempre ocorre a máxima remoção percentual e para as iterações seguintes o percentual de remoção é sempre mais baixo. Para a iteração final as porcentagens de remoção variam, mas não são superiores a 58%. O maior número de iterações ocorreu para os dados da grade retangular de resolução *250m*, e neste teste também ocorreu a maior remoção percentual. Poderia se



esperar que os valores de declividade média diminuíssem com a remoção de seções verticais paralelas do terreno, no entanto para os testes com os dados do quadrante *NE*, com as resoluções de *100m*, *200m* e *250m*, os valores aumentaram e mostram que havia dados redundantes, ou seja, a ocorrência de muitos valores de declividade parecidos resultaram num deslocamento da média para um valor menor. Para as grades de resolução menor do que *250m*, o comportamento da declividade muda e decresce com o número de iterações. Para os testes com as grades retangulares regulares do quadrante *NE* a porcentagem do número de faces final para todos os testes varia entre 31% e 41%, o que se pode considerar como um comportamento homogêneo.

A análise das representações gráficas das grades retangulares iniciais e finais, dos testes com as grades retangulares regulares de resolução *250m* e *500m*, permite concluir que a última iteração para estes testes deterioraram a representação da superfície. Nas Figuras 7.34a e 7.34b estão as representações da superfície original e as curvas de nível derivadas desta grade retangular de resolução *250m* do quadrante *NE*.

FIGURA 7.34 – REPRESENTAÇÕES DA SUPERFÍCIE ORIGINAL E DAS CURVAS DE NÍVEL PARA A RESOLUÇÃO DE 250M DO QUADRANTE *NE*

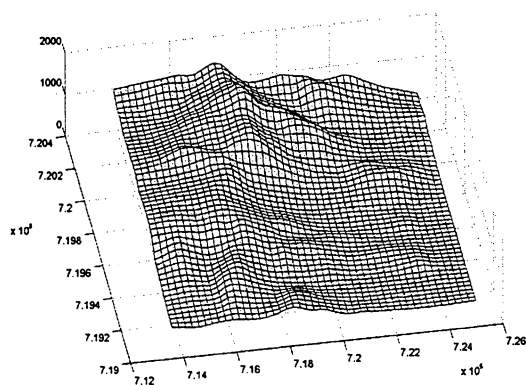


O padrão de superfície e de curvas de nível derivadas fica preservado para a iteração 2, como se apresenta nas Figuras 7.35a e 7.35b, apesar da superfície estar mais suave em relação à superfície original (Fig. 7.34a). A superfície representada na Figura 7.35a foi reconstituída a partir da grade retangular irregular constituída de pelo

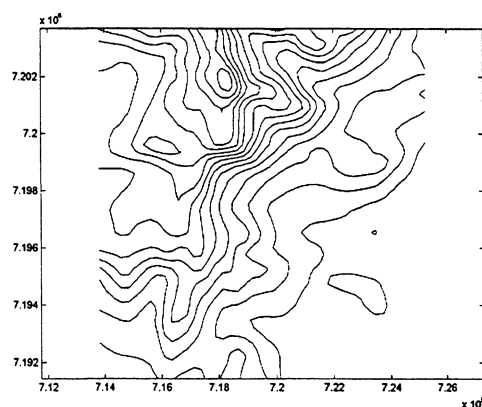
menos 40% a menos de seções verticais paralelas do terreno. As curvas de nível derivadas desta superfície reconstituída apresentam a mesma característica das curvas derivadas da superfície original.

FIGURA 7.35 – REPRESENTAÇÕES DA SUPERFÍCIE E DAS CURVAS DE NÍVEL PARA A RESOLUÇÃO DE 250M DO QUADRANTE NE ITERAÇÃO 2

a) SUPERFÍCIE

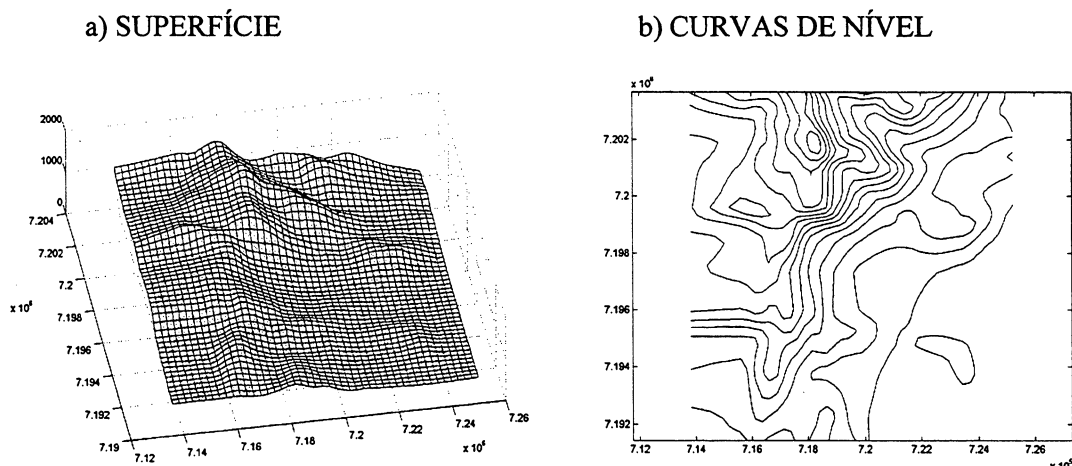


b) CURVAS DE NÍVEL



Na Figura 7.36 estão representadas a superfície reconstituída de uma grade retangular irregular reduzida em aproximadamente 58% de seções verticais paralelas ao eixo  $Y$  e 53% de seções verticais paralelas ao eixo  $X$ . Pode-se perceber que ocorrem planos inclinados artificiais e que se constituem numa deterioração da superfície. O mesmo pode-se dizer das curvas de nível derivadas da superfície reconstituída e apresentadas na Fig. 7.36b. Nestas curvas de nível aparecem declives inexistentes na superfície original em consequência da simplificação da superfície pela aplicação da remoção progressiva. Estes declives podem ser observados na porção sudeste da superfície representada nesta figura. A perda de detalhe atinge um nível que prejudica a representação da superfície e a derivação de curvas de nível.

FIGURA 7.36 – REPRESENTAÇÕES DA SUPERFÍCIE E DAS CURVAS DE NÍVEL PARA A RESOLUÇÃO DE 250M DO QUADRANTE NE ITERAÇÃO 2



#### 7.4.2 Testes com Dados do Quadrante SE

Para este quadrante foram realizados os mesmos testes que para o quadrante *NE*. Os valores de tolerância para os desníveis a serem usados no modelo de similaridade foram determinados do mesmo modo que nos testes realizados com os dados do quadrante *NE*, isto é, também foram derivados do valor de declividade média do quadrante. Como a região do quadrante *SE* tem relevo mais suave comparativamente à região do quadrante *NE*, as declividades médias para as grades de diferentes resoluções também são progressivamente menores. Como consequência, os valores de tolerância para os desníveis também são menores.

Os dados apresentados na Tabela 7.33 correspondem aos testes realizados para este quadrante com o processo da remoção progressiva, e com controle de suavização da superfície por meio da variação da frequência das classes de declividade. O valor de tolerância para declividade utilizado foi de 3% para a maioria dos testes.

Para estes testes, a variação em declividade admitida para qualquer classe de declividade foi de 3% porque a superfície é mais plana, e um maior valor de tolerância para esta grandeza pode levar a uma simplificação excessiva e prejudicial aos dados. Os números de iterações encontrados nestes testes é menor do que aquele encontrado nos testes do quadrante *NE*, e a porcentagem de remoção de seções para a primeira iteração e para a última iteração também são menores.

TABELA 7.33 – DADOS RELATIVOS AOS TESTES DO QUADRANTES *SE* COM REMOÇÃO PROGRESSIVA E CONTROLE DE SUAVIZAÇÃO POR VARIAÇÃO DE DECLIVIDADE

Resolução e quad.	Tolerâncias		N. it.	Porcent. de remoção				Declividade média da superfície para as iterações	Número de faces	
	Δh	Dec.		It. inicial		It. Final			Inicial	Final
100SE	9m	3%	1	35	28	35	28	10% 11%	13068	5995
200SE	12m	3%	2	28	21	28	21	9% 9%	3528	1977
250SE	16m	3%	1	39	28	39	28	8% 9%	2300	986
500SE	30m	3%	2	44	25	67	42	6% 6% 4%	598	216
750SE	36m	3%	1	37	33	37	33	5% 5%	306	117
1000SE	47m	3%	1	29	31	29	31	5% 6%	156	63

Em todos os testes com os dados do quadrante *SE*, o processo iterativo foi terminado porque foi detectada uma variação de mais de 3% em uma ou mais classes de frequência de declividade. A frequência da declividade tem comportamento variável ao longo dos testes com diferentes resoluções para o mesmo quadrante (Tab. 7.34). Os valores de frequência de declividades são apresentados para os dados originais na coluna *Orig.* e para cada iteração nas colunas *it. i*. Diferentes grades retangulares para a mesma região (quadrante *SE*), isto é, grades com resoluções diferentes têm diferentes números de faces e números de classes. Para as grades retangulares de maior resolução a frequência da declividade diminui para as baixas declividades com a remoção das seções, como se pode observar na classe 1 dos testes com as grades *100SE* até *500SE*. A redução da frequência de declividades nestas classes implica no aumento desta em outras classes. Isso ocorre para a classe 2 das grades retangulares de resoluções de *100m* a *250m*. A redução da frequência da declividade para as classes de baixa declividade pode ser causado pela repetição de baixos valores de declividade em pares de seções verticais paralelas do terreno que são adjacentes, que quando removidas se refletem na frequência.

Os testes com os dados do quadrante *SE* mostraram que a remoção de seções verticais paralelas do terreno, e a conseqüente produção das grades retangulares irregulares, mantém o caráter das superfícies quando se utiliza, com o valor de tolerância, o desnível correspondente à declividade média da região, e uma tolerância de 3% para a variação em declividade. Os resultados gráficos dos testes para a grade retangular regular de resolução *100m* para o quadrante *SE* são mostrados na Fig. 7.37. A grade retangular regular original é mostrada na Fig. 7.37a e as curvas de nível dela

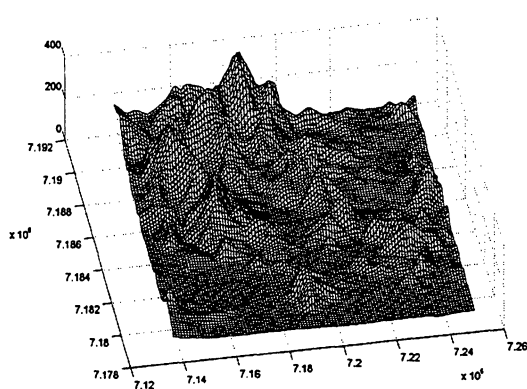
derivadas são mostradas na Fig. 7.37b. A superfície reconstituída a partir da grade retangular irregular produzida pelo processo de remoção progressiva e as curvas de nível dela derivadas são mostradas na Fig. 7.38a e b, respectivamente.

TABELA 7.34 – FREQUÊNCIA DAS CLASSES DE DECLIVIDADE PARA OS TESTES COM AS GRADES RETANGULARES DE RESOLUÇÃO 100M A 1000M DO QUADRANTE SE

Classes	100SE		200SE		250SE		500SE			750SE		1000SE	
	Orig.	It. 1	Orig.	It. 1	Orig.	It. 1	Orig.	It. 1	It.2	Orig.	It. 1	Orig.	It. 1
1	46,55	39,67	44,39	38,24	44,13	40,87	41,30	42,98	37,87	37,25	41,88	37,18	30,16
2	13,93	15,46	15,53	17,20	16,13	17,44	20,07	18,72	25,96	23,20	21,37	20,51	23,81
3	11,96	13,23	11,88	13,66	12,30	12,68	14,05	13,62	15,74	13,40	9,40	19,23	12,70
4	9,60	11,33	9,69	12,29	10,17	10,45	9,53	10,21	8,51	8,82	7,69	8,97	14,29
5	7,36	7,39	7,65	7,94	7,00	6,49	5,35	5,96	4,68	7,52	4,27	7,05	7,94
6	4,84	5,70	4,96	5,06	4,52	5,07	3,68	2,98	2,55	3,27	10,26	3,85	6,35
7	2,91	3,07	2,58	2,58	2,96	2,64	2,68	2,13	3,40	3,59	0,85	1,92	3,17
8	1,52	1,93	1,96	1,57	1,43	1,83	1,67	2,13	0,00	1,31	3,42	1,28	0,00
9	0,65	1,03	0,74	0,86	0,91	1,52	1,00	0,43	0,43	1,63	0,85		
10	0,34	0,60	0,43	0,20	0,26	0,71	0,67	0,85	0,85				
11	0,21	0,37	0,11	0,20	0,13	0,10							
12	0,09	0,13	0,09	0,15	0,04	0,10							
13	0,02	0,03											
14	0,02	0,02											
Σ	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%

FIGURA 7.37 – SUPERFÍCIE ORIGINAL DO QUADRANTE SE E CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS PARA A RESOLUÇÃO 100M

a) Superfície



b) Curvas de nível derivadas

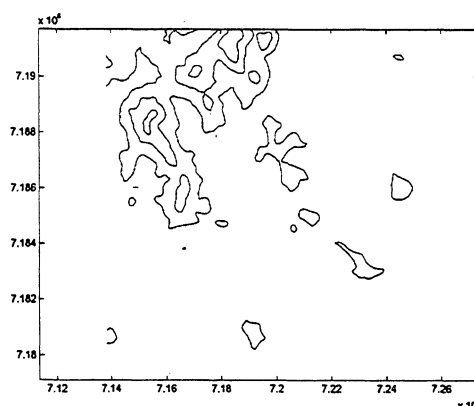
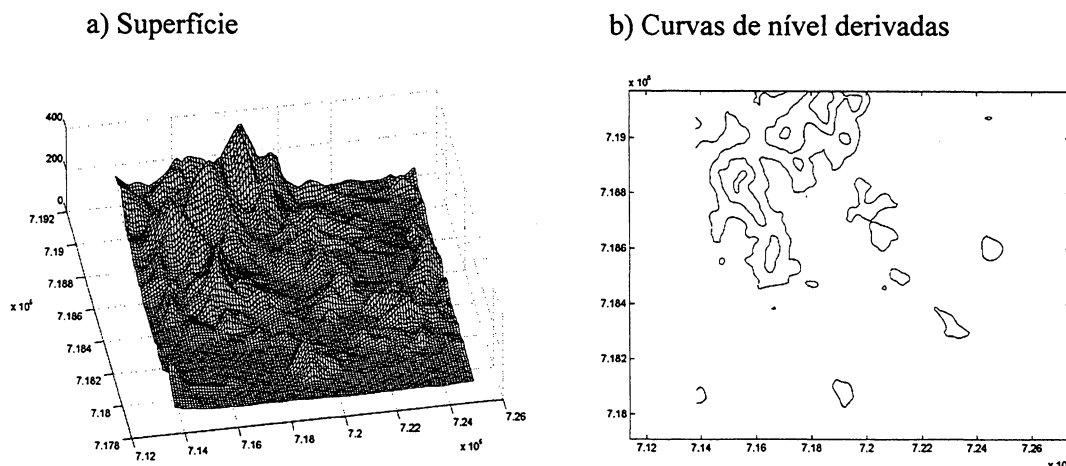


FIGURA 7.38 – SUPERFÍCIE DO QUADRANTE SE DERIVADA DE SUPERFÍCIE RECONSTITUÍDA E CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS PARA A RESOLUÇÃO ORIGINAL DE 100M



As curvas de nível derivadas (Fig 7.38b) a partir da superfície reconstituída apresentam o mesmo padrão das curvas de nível derivadas da superfície original (Fig. 7.37b). As curvas derivadas são menos detalhadas do que as curvas derivadas da superfície original. A superfície reconstituída a partir da grade retangular irregular (Fig. 7.38a) apresenta o mesmo detalhamento e mesmo caráter da superfície original (Fig. 7.37a), apesar de ser produzida com um montante de dados aproximadamente 32% menor do que o original, como pode ser constatado na Tabela 7.33.

O comportamento das curvas de nível derivadas da superfície reconstituída da grade retangular irregular de resolução original de 750m é o mesmo de sua análoga para a resolução de 100m. Na Figura 7.39a e 7.39b são mostradas a superfície original e suas curvas de nível derivadas e na Figura 7.40a e 7.40b são mostradas a superfície reconstituída da grade retangular irregular gerada por aplicação do processo de remoção progressiva. Tanto a superfície reconstituída quanto as curvas de nível dela derivadas mantêm o mesmo padrão de seus respectivos originais. Apesar do intervalo entre as curvas de nível admitir a representação de poucas curvas de nível pode-se observar que as curvas de nível das Figuras 7.39b e 7.40b têm o mesmo comportamento, apenas a original apresenta maiores detalhes. O mesmo pode ser dito acerca das superfícies mostradas nas Figuras 7.39a e 7.40a, isto é, a superfície reconstituída mantém alta semelhança com a superfície original, apesar de ter origem

num conjunto de dados que tem 37% a menos de seções transversais e 33% a menos de seções normais do que o conjunto original (Tab. 7.33).

FIGURA 7.39 – SUPERFÍCIE ORIGINAL DO QUADRANTE *SE* E CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS PARA A RESOLUÇÃO 750M

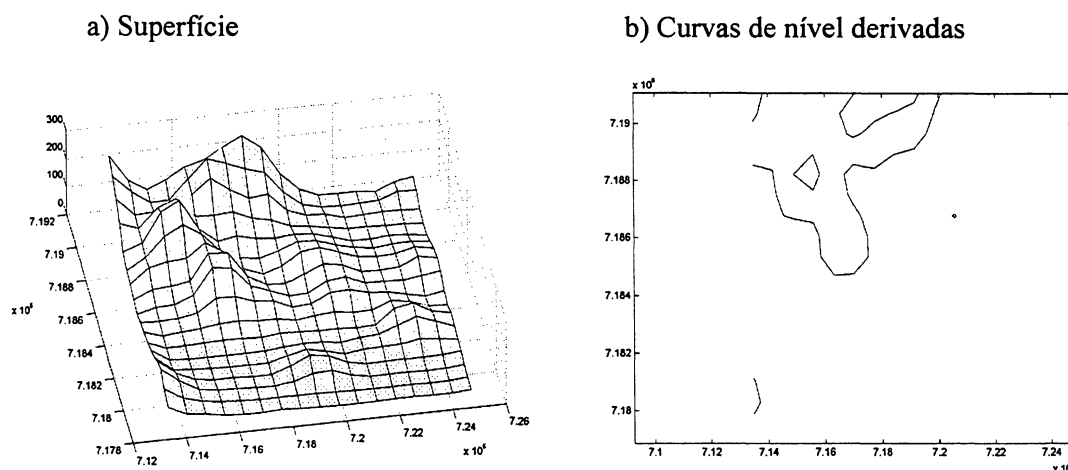
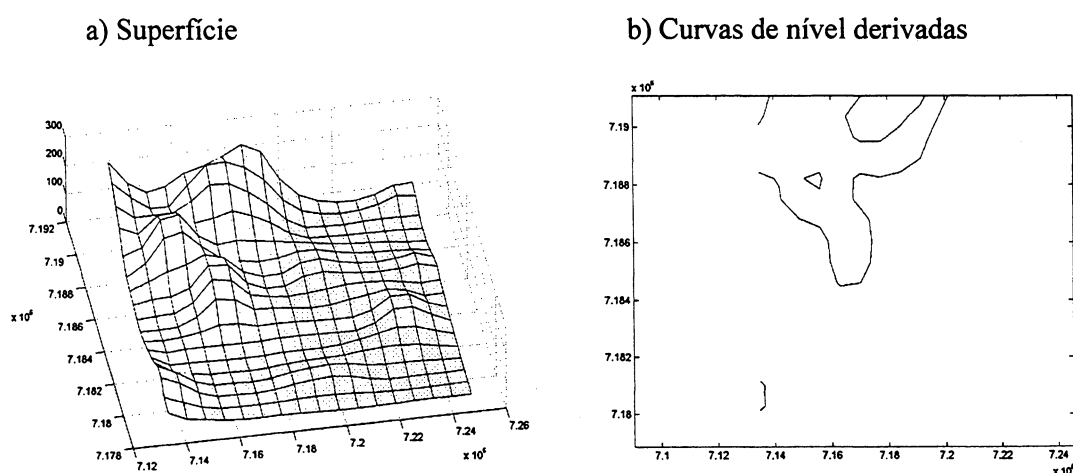


FIGURA 7.40 – SUPERFÍCIE DO QUADRANTE *SE* DERIVADA DE SUPERFÍCIE RECONSTITUÍDA E CURVAS DE NÍVEL DERIVADAS PARA A RESOLUÇÃO ORIGINAL DE 750M



### 7.4.3 Testes com Dados das Grades Totais

Os testes com aplicação do processo de remoção progressiva com controle da declividade da superfície foram realizados para as resoluções de 250m, 500m, 750m e 1000m (Tab. 7.35). Assim como para os testes com os dados dos quadrantes *NE* e *SE*, para os testes com os dados das grades retangulares totais, os valores de tolerância para uso com a função de similaridade foram obtidos do cálculo da declividade média

da representação da superfície, e o valor da tolerância para a variação da frequência da declividade nas classes de declividade foi de 5% porque a superfície é composta por regiões planas e por regiões acidentadas, portanto, a região é mais heterogênea.

TABELA 7.35 – DADOS RELATIVOS AOS TESTES DAS REGIÕES TOTAIS COM REMOÇÃO PROGRESSIVA E CONTROLE DE VARIAÇÃO DE DECLIVIDADE

Resolução e região	Tolerâncias		N. it.	Porcent. de remoção				Declividade média da superfície para as iterações					Número de faces	
	Δh	Dec		It. inicial		It. final							Inicial	Final
250total	43m	5%	4	48	41	70	58	17%	18%	14%	14%	14%	9200	2672
500total	70m	5%	2	47	40	66	54	14%	14%	7%			2444	685
750total	90m	5%	4	47	40	76	57	13%	13%	12%	11%	11%	1258	359
1000total	113m	5%	2	40	32	59	53	12%	12%	9%			624	216

Nestes testes, os números de iterações são maiores dada a ocorrência de maior variação de altitude da região representada. A porcentagem de remoção de seções normais e transversas para a primeira iteração é da ordem de 45%, comparável àquelas porcentagens de remoção observadas nos dados do quadrante *NE* (Tab. 7.32), quadrante que apresenta topografia mais acidentada. As porcentagens de remoção de seções normais e transversas finais alcançam valores de até 76% e também são valores maiores do que os resultantes para os quadrantes *NE* e *SE*. Para os testes das grades de resolução de 250m e 750m ocorreram os maiores números de iteração e as maiores porcentagens de remoção, apesar de os dados de grade retangular representarem a mesma região, porém, com diferentes resoluções. Na Figura 7.41 estão apresentadas a superfície e as curvas de nível dela derivada para a grade retangular regular de resolução 250m. Nas Figuras 7.42 e 7.43 estão apresentadas as superfícies para as iterações 1 e 4 da mesma grade retangular obtidas por reconstituição das grades irregulares resultantes. Pode-se perceber por comparação das Fig. 7.41b, 7.42b e 7.43b que o padrão de curvas de nível sofre pouca alteração que se for considerada a aplicação de redução de escala as diferenças tenderão a ser menores. Do mesmo modo, pode-se considerar as representações das superfícies original e as reconstituídas apresentadas nos itens *a* das mesmas figuras.



FIGURA 7.41 – SUPERFÍCIE E CURVAS E NÍVEL DERIVADAS DE GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 250M

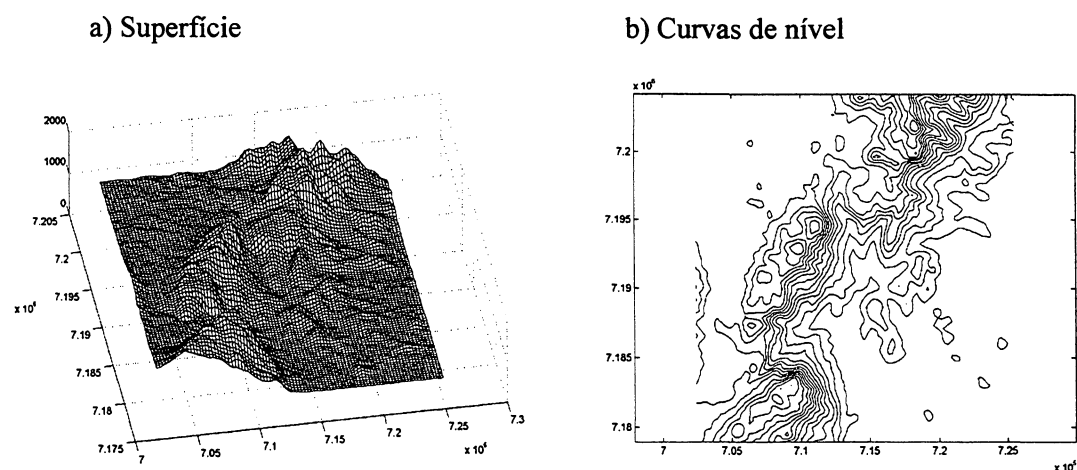


FIGURA 7.42 – SUPERFÍCIE E CURVAS E NÍVEL DERIVADAS DE GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 250M ITERAÇÃO 1

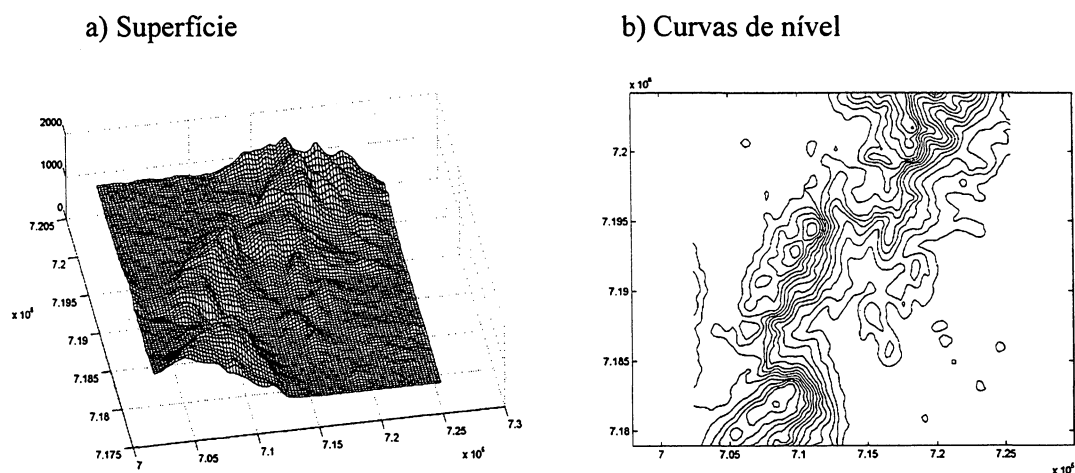
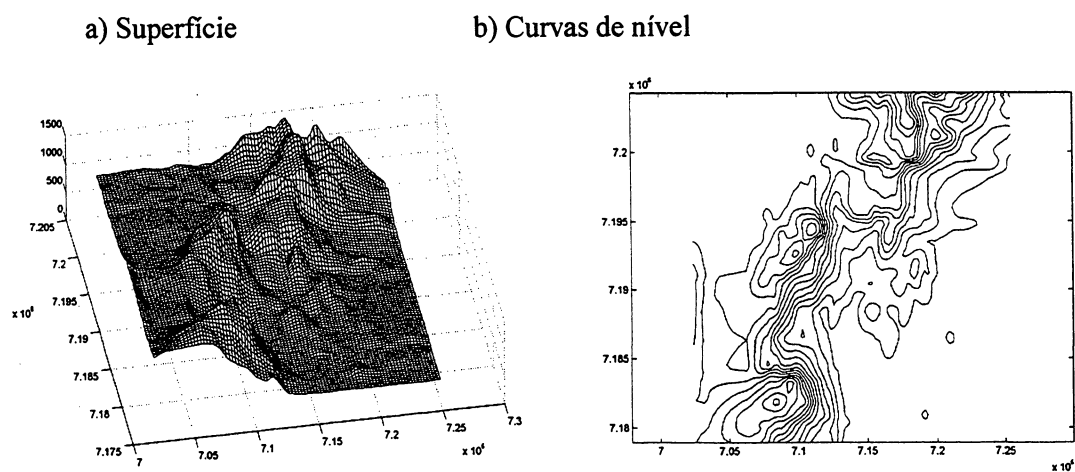
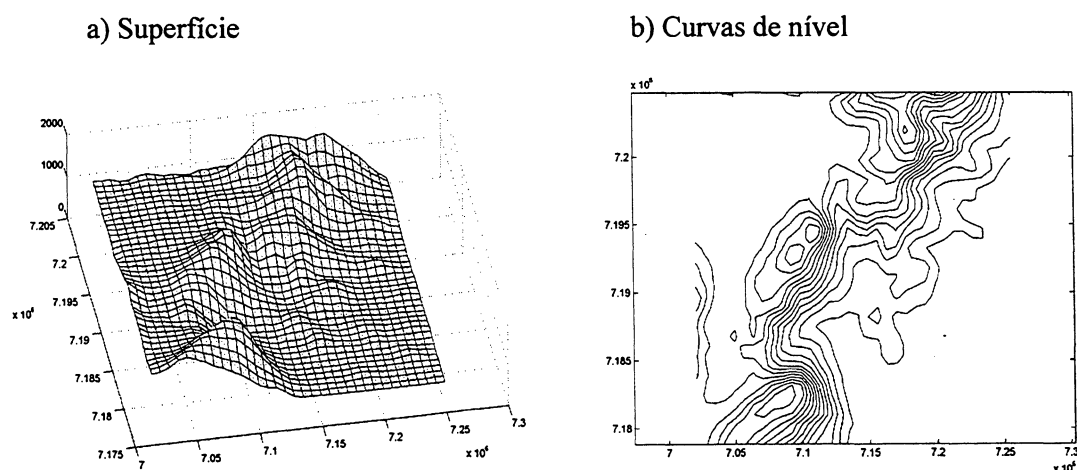


FIGURA 7.43 – SUPERFÍCIE E CURVAS E NÍVEL DERIVADAS DE GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 250M ITERAÇÃO 4



As representações gráficas das superfícies de resoluções  $750m$  e  $1000m$ , reconstituídas das grades retangulares irregulares produzidas pelo processo iterativo de remoção progressiva, apresentam regiões planas artificiais, no entanto, para a primeira iteração estes efeitos não são detectados. A superfície original representada pela grade retangular regular de resolução  $750m$  e suas curvas de nível derivadas são apresentadas na Figura 7.44. A superfície derivada da grade retangular regular obtida da reconstituição de grade irregular produzida na primeira iteração do processo de remoção progressiva é mostrada na Figura 7.45a e as curvas de nível são mostradas no item b da mesma figura. Para a segunda e última iteração pode-se perceber que aparecem planos artificiais e as curvas de nível derivadas já apresentam diferenças significativas (Fig. 7.46).

FIGURA 7.44 – SUPERFÍCIE E CURVAS E NÍVEL DERIVADAS DE GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO  $750M$



A deterioração da representação da superfície deve-se à ação do processo de remoção progressiva porque está usando valores inapropriados de tolerância para desnível e para variação de frequência de declividade. Os planos inclinados e os platôs surgem porque apenas as seções verticais muito dissimilares restaram após a aplicação da remoção progressiva e neste caso especificamente restam seções com partes com pequena declividade.

FIGURA 7.45 – SUPERFÍCIE E CURVAS E NÍVEL DERIVADAS DE GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 750M ITERAÇÃO 1

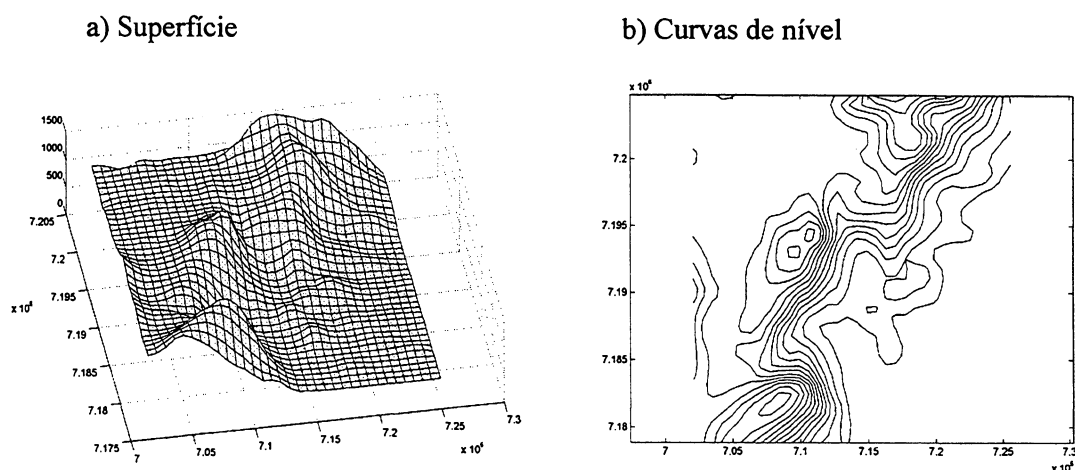
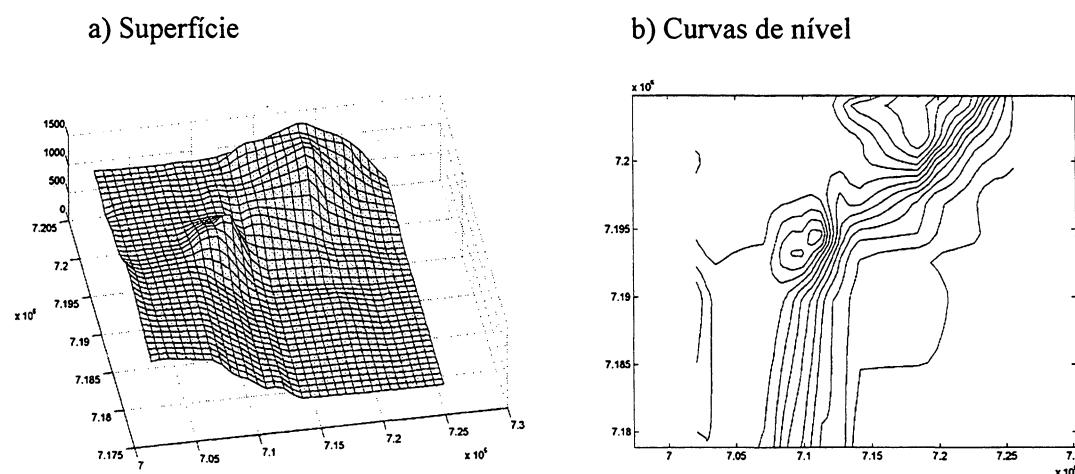


FIGURA 7.46 – SUPERFÍCIE E CURVAS E NÍVEL DERIVADAS DE GRADE RETANGULAR REGULAR DE RESOLUÇÃO 750M ITERAÇÃO 4



Os testes realizados com as grades totais mostraram que o processo de remoção progressiva com tolerância para desnível baseada no valor correspondente da declividade média foram bem sucedidos na primeira iteração. Para a segunda iteração alguns testes foram eficientes e para aqueles testes com mais de duas iterações os resultados mostraram que a superfície foi modificada em excesso porque ficou descaracterizada.

Com estes experimentos pode-se concluir que o método da remoção progressiva é altamente dependente do valor de tolerância para desníveis, e além disso os

resultados produzidos são dependentes da avaliação do cartógrafo que realiza a operação de generalização.

## 7.5 SÍNTESE DOS EXPERIMENTOS

Para avaliar o comportamento da aplicação dos conceitos da TMC às grades retangulares regulares totais, os valores de entropia, equivocação, informação útil e os números de similaridades detectadas foram observados e analisados em testes que apenas o valor da tolerância foi modificado. Os testes foram realizados com apenas uma iteração para cada valor de tolerância. Com estes testes foi possível comprovar que com a redução do valor da tolerância ocorre a redução no número de similaridades. Nestes testes foram usados os valores de tolerância entre *200m* e *1m*. A utilização do valor *200m* implicou no surgimento de muitas similaridades e no menor valor de informação útil dentre estes testes. Para a tolerância dos desníveis com valor *1m* as grades retangulares de maior resolução, isto é, grades retangulares com seções mais próximas entre si, apresentaram similaridades comprovando que as maiores resoluções apresentavam maiores detalhes do terreno. Conclui-se que o valor de tolerância tem relação direta com a detecção de similaridades com o valor da entropia resultante.

No segundo experimento detectou-se que a variação da orientação das seções verticais paralelas do terreno influi na ocorrência de similaridades. Diferentes valores de orientação para as seções verticais paralelas do terreno implicaram em diferentes valores de ocorrência de similaridades, equivocação e informação útil. Nos testes de orientação da grade foi possível perceber que a taxa de remoção de seções foi maior para as grades retangulares com orientação entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$  em todas as resoluções para o valor da tolerância de *10m* (Tab. 7.7) e de *20m* (Tab. 7.8). Quando o valor de tolerância foi maior, como por exemplo *60m*, a influência da orientação da grade foi menos evidente.

Os testes com as grades retangulares regulares totais foram realizados com variação da tolerância com todas as resoluções. A detecção de similaridades e a resolução são diretamente proporcionais, isto é, quanto menor a resolução tanto menor a detecção de similaridades entre pares de seções para um mesmo valor de tolerância.

Ocorre a deterioração da representação quando os valores de tolerância são altos para grades de resoluções menores, como mostrado na Figura 7.21 para a grade retangular regular de resolução  $1000m$  e tolerância de valor  $80m$ . Em grades retangulares regulares que representam regiões acidentadas e também regiões suaves o processo de remoção progressiva é mais lento e portanto ocorrem mais iterações. Para relevo pouco acidentado, como é o caso do quadrante *SE*, a ocorrência de similaridades é grande, o que implica em maior remoção de seções verticais paralelas do terreno. Como o processo de remoção progressiva é iterativo ocorre a remoção excessiva de seções quando o valor da tolerância é alto, o que pode deteriorar a representação da superfície pela introdução de planos artificiais, como é o caso extremo mostrado na Figura 7.33. A atuação do processo de remoção progressiva é interrompida pela “falta” de seções similares, isto quer dizer que, as determinações de similaridade entre as seções remanescentes sempre resulta nula ou apenas uma seção adjacente apresenta grau de similaridade diferente de zero e que por proposição do método é preservada. Os valores de tolerância utilizados para os testes com as grades retangulares regulares foram estabelecidos de modo a se estudar o processo de remoção progressiva. O processo de remoção progressiva foi considerado eficiente, no entanto, é dependente do valor de tolerância para o desnível a ser usado na avaliação da similaridade entre pares de seções.

A declividade média das faces dos elementos da grade foi utilizada como recurso para a determinação do valor da tolerância entre desníveis no último experimento proposto. As declividades médias das faces da grade retangular regular foram calculadas e distribuídas em classes para a grade original e, a cada processamento das seções normais e das seções transpostas, as declividades médias foram calculadas e distribuídas nas mesmas classes da grade original. A detecção de variações maiores do que o valor de tolerância para variação de frequência de declividade foi usada como critério de término do processo iterativo de remoção progressiva.

Os resultados dos testes com as grades retangulares regulares totais e com as grades retangulares regulares dos quadrantes *NE*, *NO*, *SE* e *SO*, cujo valor de tolerância para desnível corresponde ao valor da declividade média da superfície, mostraram que esta abordagem proporciona rápida remoção de seções e não produz deterioração da representação da superfície. Para os testes do quadrante *NE* o processo de remoção progressiva proporcionou aumento da declividade média e taxa remoção de seções verticais da ordem de 36% a 58% na última iteração. O controle da variação da frequência das declividades das faces proporcionou bons resultados para os testes com baixo número de iterações. Para a região representada no quadrante *SE*, caracterizada por baixas altitudes de por ser de relevo suave se comparada ao quadrante *NE*, os testes resultaram em taxas de remoção com valores entre os limites de 21% e 42% para a última iteração, porque o valor da declividade média para esta região é baixo. Para as grades retangulares totais os testes mostraram que a remoção para a primeira iteração já foi da ordem de 45%, e para as iterações seguintes aumentou, até que na última iteração chegou a 76%, ocasionando a deterioração da superfície pelo surgimento de planos e cristas artificiais. A partir dos testes com remoção progressiva e controle de variação de frequência de declividade conclui-se que apenas uma iteração já proporciona redução de dados de modo a não descaracterizar a superfície. A suavização da superfície é ocorre quando se aplica o processo de remoção progressiva e a redução da declividade média da superfície também é esperada visto que a remoção de dados tende a aplanar a superfície.

## 8 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A representação da superfície topográfica é de importância no contexto de Cartografia Digital porque diversas análises podem ser. Para diferentes aplicações podem ser necessários diferentes conjuntos de dados, assim como para representações em diferentes escalas podem ser necessários diferentes quantidades de informação. Neste trabalho, foi adotada a representação de superfície pelo método da grade retangular. As grades retangulares regulares tem como característica principal a simplicidade da organização dos dados, porém tem como principal desvantagem o volume de dados redundantes. A redução da redundância de dados pode ser realizada mediante a aplicação de conceitos da Teoria Matemática da Comunicação - TMC.

Os principais conceitos que embasaram este trabalho foram: a) generalização cartográfica; b) representação de superfícies por meio de grades retangulares regulares; e c) entropia, similaridade, equivocação e informação útil da Teoria Matemática da Comunicação. O objetivo geral almejado foi a realização da generalização de superfícies topográficas representadas digitalmente como grades retangulares regulares, baseando a decisão de remoção de dados numa função de similaridade e na aplicação de conceitos da TMC.

O modelo de dados usado neste trabalho consistiu de coordenadas cartesianas tridimensionais de pontos da superfície topográfica organizados em seções do terreno paralelas aos eixos Y, caso em que são denominadas seções normais, e X, quando são denominadas seções transversas. As seções verticais do terreno são as unidades tratadas com a função de similaridade, isto é, a função de similaridade é usada na avaliação de um par de seções normais ou um par de seções transversas.

A avaliação da aplicabilidade dos conceitos de entropia, similaridade, equivocação e informação útil aos dados de grades retangulares regulares foi realizada em quatro experimentos em que foram usados sete conjuntos de dados de uma mesma região produzidos nas resoluções de *100m*, *200m*, *250m*, *500m*, *750m* e *1000m*, denominadas grades retangulares regulares totais. Destas grades foram derivadas

grades retangulares regulares com o contorno aproximadamente circular, com raio de 10km nas mesmas resoluções para que se realizassem testes de orientação da grade. Cada grade retangular regular total, ainda por derivação, deu origem a quatro grades retangulares regulares menores compostas pelos dados dos quatro quadrantes *NE*, *NO*, *SE* e *SO*.

Foram realizados testes com as grades retangulares regulares totais com variação do valor de tolerância usado pela função de similaridade; testes com grades afetadas de um ângulo de rotação de  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $75^\circ$ , em que o valor da tolerância variou; testes com as grades retangulares regulares totais e com as grades retangulares regulares derivadas por quadrante com variação no valor da tolerância para o desnível e no método de cálculo da similaridade; e por fim foram realizados testes com as grades retangulares totais e com as grades retangulares regulares por quadrante em que o valor da tolerância foi determinado a partir da declividade média da grade e com o controle da frequência da declividade para cada iteração. Os processamentos de todos os testes realizados tiveram uma parte comum relativa à TMC, cujos resultados importantes são: o número inicial e final de seções verticais normais e transversas; o número de iterações (quando foi o caso); os números de similaridades iguais a 1, iguais a 0 e diferentes de 0 e diferentes de 1; o valor da entropia do conjunto original e do conjunto avaliado pela função de similaridade; o valor da equivocação; e o valor da informação útil.

Na avaliação do comportamento dos conceitos da TMC aplicada a todas as grades retangulares regulares totais apenas o valor da tolerância foi modificado e os valores de entropia, equivocação, informação útil e os números de similaridades detectadas foram observados e analisados. Neste experimento apenas uma iteração com cada valor de tolerância foi realizado. Estes testes permitiram comprovar que com a redução do valor da tolerância ocorre a redução no número de similaridades. A determinação de similaridades ocorre por meio de avaliação de desníveis entre pontos homólogos. Quando o desnível entre dois pontos homólogos for menor ou igual ao valor de tolerância para desníveis este par de pontos contribui para o valor de similaridade. Quando o desnível entre os pontos homólogos for maior do que o valor



de tolerância para desníveis os pontos não contribuem para o valor da similaridade. A similaridade entre duas seções verticais paralelas do terreno será tanto maior quanto mais desníveis entre pontos homólogos tiverem desnível menor do que o valor da tolerância. A ocorrência de similaridades implica no aumento do valor da equivocação e na redução da informação útil. Nestes testes foram usados os valores de tolerância entre *200m* e *1m*. A utilização do valor *200m* acarretou o surgimento de muitas similaridades e no menor valor de informação útil dentre estes testes. Para o valor *1m* para a tolerância dos desníveis apenas as grades retangulares de maior resolução apresentaram similaridades comprovando que as maiores resoluções apresentavam maiores detalhes do terreno. Comprova-se que com o conceito de entropia pode-se avaliar desníveis numa grade retangular regular pela observação da presença de similaridades.

Para a determinação da influência da orientação da grade retangular regular sobre o resultado da entropia, similaridade, equivocação e informação útil foram realizados os testes com as seções normais e transversas das grades retangulares regulares de contorno circular. Nestes testes foi aplicado o processo de remoção progressiva, e pode-se perceber que para as grades retangulares com orientação entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$  a taxa de remoção de seções foi maior para as grades retangulares de todas as resoluções quando o valor da tolerância foi de *10m* (Tab. 7.7) e de *20m* (Tab. 7.8). Para a tolerância maior, como por exemplo *60m*, a influência da orientação da grade é menos evidente.

O processo de remoção progressiva foi aplicado tanto às grades retangulares regulares totais quanto às grades retangulares regulares de quadrantes *NE*, *NO*, *SE* e *SO*. As grades por quadrantes foram derivadas a partir das grades totais para realizar testes com relevo mais suave e com relevo mais acidentado, visto que o quadrante *SE* apresenta relevo de plano e o quadrante *NE* apresenta relevo mais acidentado. No processo de remoção progressiva as seções são removidas em função do valor de similaridade que apresentam e em função do número de vizinhos similares.

Os testes com as grades retangulares regulares totais foi realizado com variação da tolerância com todas as resoluções. Percebeu-se que quanto menor a resolução menor é a detecção de similaridades entre pares de seções para um mesmo valor de tolerância. Quando os valores de tolerância são altos para grades de resoluções menores ocorre a deterioração da representação como mostrado na Figura 7.21, para a grade retangular regular de resolução  $1000m$  e tolerância de valor  $80m$ . Para grades retangulares regulares que contém regiões muito acidentadas e regiões menos acidentadas o processo de remoção progressiva é mais lento e portanto ocorrem mais iterações. As grades retangulares regulares de maior resolução apresentam, portanto, mais iterações. Para relevo pouco acidentado, como é o caso do quadrante *SE*, a ocorrência de similaridades é grande, o que implica em remoção de seções verticais paralelas do terreno. Como o processo de remoção progressiva é iterativo ocorre a remoção excessiva de seções quando o valor da tolerância é alto, o que pode deteriorar a representação da superfície pela introdução de planos artificiais, como é o caso extremo mostrado na Figura 7.33. A atuação do processo de remoção progressiva é interrompida pela “falta” de seções similares, isto quer dizer que, as determinações de similaridade entre as seções remanescentes sempre resulta nula ou apenas uma seção apresenta grau de similaridade diferente de zero e que por proposição do método é preservada. Os valores de tolerância utilizados para os testes com as grades retangulares regulares foram estabelecidos de modo a se estudar o processo de remoção progressiva. O processo de remoção progressiva foi considerado eficiente, no entanto, é dependente da determinação do valor de tolerância para o desnível a ser usado na avaliação da similaridade entre pares de seções.

O último conjunto de testes foi realizado para avaliar a utilização de informação de declividade da representação da superfície como valor de tolerância para desníveis na função de similaridade. As declividades médias das faces da grade retangular regular foram calculadas e distribuídas em classes para a grade original e, a cada processamento das seções normais e das seções transpostas as declividades médias foram calculadas e distribuídas nas mesmas classes da grade original. A detecção de

variações maiores do que o valor de tolerância para variação de frequência de declividade foi usada como critério de término do processo iterativo de remoção progressiva.

Os testes com as grades retangulares regulares totais e com as grades retangulares regulares dos quadrantes *NE*, *NO*, *SE* e *SO*, cujo valor de tolerância para desnível correspondente ao valor da declividade média da superfície, mostraram que esta abordagem proporciona rápida remoção de seções e não produz deterioração da representação da superfície. Para os testes do quadrante *NE* o processo de remoção progressiva proporcionou aumento da declividade média e taxa remoção de seções verticais da ordem de 36% a 58% na última iteração. O controle da variação da frequência das declividades das faces proporcionou bons resultados para os testes com baixo número de iterações. Para o quadrante *SE*, caracterizado por baixas altitudes de por ser de relevo suave se comparado ao quadrante *NE*, os testes resultaram em taxas de remoção variando entre os limites de 21% e 42% para a última iteração porque o valor da declividade média para esta região é baixo.

Para as grades retangulares totais os testes mostraram que a remoção para a primeira iteração já foi da ordem de 45%, e para as iterações seguintes aumentou até que na última iteração chegou a 76% e ocasionou a deterioração da superfície pelo surgimento de planos e cristas artificiais. A partir dos testes com remoção progressiva e controle de variação de frequência de declividade concluiu-se que apenas uma iteração já proporciona a redução de dados significativa. A suavização da superfície é inevitável e a redução da declividade média da superfície também é esperada visto que a remoção de dados tende a aplanar a superfície.

Pode-se destacar apenas as conclusões acerca dos experimentos propostos e verificados com os testes realizados:

- Os conceitos de entropia, similaridade, equivocação e informação útil da Teoria Matemática da Comunicação podem ser aplicados a problemas de generalização da representação da superfície topográfica por meio de grades retangulares regulares;

- A orientação da grade retangular regular tem influência sobre o processo de cálculo da informação útil de forma que existe uma orientação para a grade que proporciona maior número de iterações do processo de remoção progressiva como consequência resulta em maior remoção de seções. Do ponto de vista de volume de dados, a orientação apropriada da grade retangular implica em menor quantidade de dados para representar a mesma superfície;
- O processo de remoção progressiva, via de regra, produz a suavização da representação da superfície e pode conduzir à deterioração e descaracterização da superfície pela utilização de critério de tolerância inadequado;
- O uso do valor de tolerância para desnível que é derivado do valor da declividade média da superfície proporciona, para a primeira iteração, a remoção de quantidade de seções verticais normais e transpostas em tal magnitude que não descaracterizam a representação;
- A aplicação dos conceitos de entropia, similaridade, equivocação e informação útil da TMC ao problema de generalização de superfícies está de acordo com McMaster e Shea que afirmam que a determinação dos valores dos parâmetros dos procedimento de generalização é complexa e pode causar grande variação nas soluções obtidas da aplicação destes;
- Os conceitos da TMC baseada no modelo de similaridade proposto nesta Tese aplicados ao problema da generalização de superfícies representadas por meio de grades retangulares regulares não proporciona a almejada automação do processo de generalização, porque as considerações sobre a forma de finalizar o processo iterativo não são eficientes em todos os casos analisados.

A realização da comparação dos pares de seções verticais do terreno foi realizada considerando que a primeira seção normal tem a menor coordenada em X e a

última tem a maior. O mesmo ocorreu para as seções transversas, isto é, a primeira seção transversa tem a menor coordenada em Y e a última tem a maior.

A realização das visualizações das grades retangulares irregulares produzidas pelo processo de remoção progressiva forçou a reinterpolação de pontos numa grade retangular regular usando as coordenadas da grade irregular por falta de uma função de visualização que aceite como argumento uma grade retangular irregular.

Neste trabalho, as condições impostas para a manutenção das seções verticais paralelas do terreno se resumiram à manutenção das seções normais e transversas do limite da região representada e das seções com os pontos de máximo e mínimo valor de altitude.

Em vista disso, recomenda-se que os trabalhos que venham a seguir esta linha de abordagem de generalização de grades retangulares regulares baseada na Teoria Matemática da Comunicação, considerem:

- Avaliar a relevância da ordem de realização da comparação entre pares de seções verticais paralelas do terreno. Considerar que a primeira seção é aquela que tem a menor coordenada  $x$  e a última seção é aquela que tem a maior coordenada  $x$ , ou se deve ser o inverso disso;
- Desenvolver e incluir funções para a visualização de dados de grades regulares irregulares produzidas pelo processo de remoção progressiva;
- Incluir dados estruturais da superfície topográfica como condição para manutenção de seções na grade retangular irregular final produzida pelo processo de remoção progressiva; e
- Buscar ampliar a automatização do processo de remoção progressiva pela determinação de valores de tolerância obtidos a partir dos próprios dados a operar.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BERNARD, D. **Generalização Cartográfica: Proposta Metodológica para uma Transição de Escala Assistida por Computador**. São Paulo, 1998. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- BJORKE, J.T. Framework for Entropy-based Map Evaluation. **Cartography and Geographical Information Systems**, v. 23, n.2, p. 78-95, 1996.
- BJORKE, J.T. Map Generalisation: An Information Theoretic Approach to Feature Elimination. In: 18TH INTERNATIONAL CARTOGRAPHIC CONFERENCE, 18., 1997, Stocolm. **Anais ... Stocolm: ICA**, 1997. p. 480-486.
- BONHAM-CARTER, G.F. **Geographic Information Systems for Geoscientists - Modelling with GIS**. 2. ed. Ontario:Pergamon, 1996.
- BURROUGH, P.A. **Principles of Geographical Information Systems**. 1. ed. New York: Oxford University Press, 1989.
- CLARKE, K.C. **Analytical and Computer Cartography**. 1. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1990.
- CROMLEY, R.G. **Digital Cartography**. 1. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1992.
- DAVIS. C.F., Simplificação de Poligonais. **InfoGeo**, Curitiba, n.13, p.28-30, mai./jun. 2000.
- DOYTSHER, Y. & HALL, J.K., Interpolation of DTM using bi-directional third-degree parabolic equations, with FORTRAN subroutines. **Computers & Geosciences**, v.23, n.9, p. 1013-1020, 1997.
- FIRKOWSKI, H. et al. Possibilidade de Detecção de Coalescências na Representação de Marcas Gráficas Usando o Conceito de Entropia. In: **Série em Ciências Geodésicas V1 - 30 Anos da Po's-Graduação em Ciências no Brasil**. Curitiba: Imprensa Universitária, 2001. p. 318-332.
- GLUCK, M. Review of Cartographic Communication: Information Theory to Postmodern Semiotics. In: 18TH INTERNATIONAL CARTOGRAPHIC CONFERENCE, 18., 1997, Stocolm. **Anais ... Stocolm: ICA**, 1997. p. 422-428.
- GRUNREICH, D. Development of Computer-Assisted Generalization on the Basis of Cartographic Model Theory. In: MULLER, J.C., et al. **GIS and Generalization - Methodology and Practice**. London: Taylor & Francis, 1995. p. 47-55.

International Cartographic Association. **ICA Workshop on Map Generalization**. Gävle - Sweden 1997. <http://www.geo.unizh.ch/Documents/Workshop97>.

JONES, C.B. **Geographical Information Systems and Computer Cartography**. 1. ed. Essex: Addison-Wesley Longman Limited, 1997.

KEATES, J.S. **Cartographic Design and Production**. 2.ed. Essex: Longman Scientific & Technical, 1989.

KHINCHIN, A.I. **Mathematical Foundations of Information Theory**. 1.ed. New York: Dover Publications, 1957.

KRAAK, M.J. & ORMELING, F.J. **CARTOGRAPHY – Visualization of Spatial Data**. 3.ed. Essex: Addison-Wesley Longman Limited, 1998.

LI, Z., SUI, H., GONG, J. A System for Automated Generalization of Contour Lines. In: 19TH INTERNATIONAL CARTOGRAPHIC CONFERENCE, 19. , 1999, Ottawa. **Anais ...** Ottawa: ICA, 1999. p. 1127 - 1134.

McMASTER, R.B. Conceptual Frameworks for Geographical Knowledge In: BUTTENFIELD, B.P., McMASTER, R.B., **Map Generalization**. Avon: Longman Scientific & Technical , 1991. p. 21-39.

McMASTER, R. SHEA, K.S. **Generalization in Digital Cartography**. 1.ed. Washington: Association of American Geographers, 1992.

MULLER, J.C. Generalization of Spatial DataBases. In: MAGUIRE, D.J., et al. **Geographical Information Systems - Principles and Applications**. Essex: Longman Scientific & Technical, 1991. p. 457-475.

MULLER, J.C., et al. Generalization: State of the Art and Issues. In: MULLER, J.C., et al. **GIS and Generalization - Methodology and Practice**. London: Taylor & Francis, 1995. p. 3-18.

NEUMANN. J. The Topological Information Content of a Map / an Attempt at a Rehabilitation of Information Theory in Cartography. **Cartographica**, v. 31, n. 1, p. 26-34, spring 1994.

ROBINSON, A.H., et al. **Elements of Cartography**. 5. ed. New York: John Wiley & Sons, 1984.

SMITH, B.E. et al. The Future of Automated Map Generalization. In: 19TH INTERNATIONAL CARTOGRAPHIC CONFERENCE, 19. , 1999, Ottawa. **Anais ...** Ottawa: ICA, 1999. p. 1073 - 1080.

SPIESS, E. The Need for Generalization in a GIS Environment. In: MULLER, J.C., et al. **GIS and Generalization - Methodology and Practice**. London: Taylor & Francis, 1995. p. 31-46.

SSC - SWISS SOCIETY OF CARTOGRAPHY. **Cartographic Generalisation**, Cartographic Publication Series n. 2, 1979.

VIANNA, C.R.F. et al. Generalização Cartográfica - A Etapa Automática de Simplificação de Linhas. **Revista Militar de Ciência e Tecnologia**. Rio de Janeiro, v. XIV, n. 1, p. 21, 1997.

VIANNA, C.R.F. **Generalização Cartográfica em Ambiente Digital Escala 1:250000 a partir de Dados Cartográficos Digitais na Escala 1:50000**. Rio de Janeiro, 1997. Dissertação (Mestrado em Engenharia Cartográfica) - Departamento de Engenharia Cartográfica, Instituto Militar de Engenharia.



## **APÊNDICES**

## **APÊNDICE A**

Rotação de um MDT

Os passos seguidos para a realização da rotação do MDT foram os seguintes:

- 1- Determinar as coordenadas do centro geométrico da região, ou ponto em torno do qual a rotação do MDT será realizada.

$$X_m = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{2}, \text{ e}$$

$$Y_m = \frac{Y_{\max} - Y_{\min}}{2}.$$

- 2- Realizar a rotação de todos os pontos do MDT usando as expressões

A rotação dos pontos do MDT é obtida pela aplicação das expressões:

$$X_r = X_m + (X_o - X_m) \cos(\Theta) + (Y_o - Y_m) \sin(\Theta); \text{ e}$$

$$Y_r = Y_m + (Y_o - Y_m) \cos(\Theta) - (X_o - X_m) \sin(\Theta),$$

em que,  $(X_r, Y_r)$  são as coordenadas após a rotação;  $(X_m, Y_m)$  são as coordenadas do centro de rotação;  $(X_o, Y_o)$  são as coordenadas dos pontos a sofrer rotação; e  $\Theta$  é o ângulo de rotação.

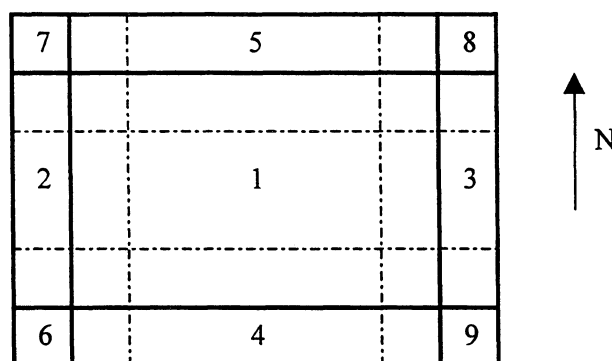
## **APÊNDICE B**

### **Interpolação De Altitudes Em Um MDT**

Os pontos de coordenadas planimétricas obtidos da aplicação da rotação devem ter a sua coordenada vertical determinada de tal modo que seu valor pertença à superfície representada pelos pontos que sofreram rotação. Os pontos resultantes da rotação estão contidos nas quadrículas do MDT original, e é a partir destas quadrículas que serão calculadas as suas altitudes.

O procedimento de interpolação adotado, proposto por DOYTSHER e HALL (DOYTSHER e HALL, 1997), consiste de conjuntos de equações parabólicas bidirecionais do terceiro grau. Os autores definiram nove tipos de quadrículas nas quais os pontos a interpolar podem estar contidos (Fig. B.1). O ponto a ter o valor de altitude interpolado pode ser um ponto de quadrícula de centro, de borda ou de canto da malha da qual se extraem dados para usar na interpolação. Os pontos de centro são classificados como pontos do tipo 1. Os pontos de borda são classificados como pontos do tipo 2, 3, 4 ou 5, conforme estejam posicionados em quadrículas das bordas Leste, Oeste, Sul ou da borda Norte respectivamente. Os pontos de canto são classificados como pontos do tipo 6, 7, 8 ou 9, conforme estejam posicionados em quadrículas dos cantos Sudoeste, Noroeste, Nordeste ou Sudeste, respectivamente. O ponto a ter a altitude interpolada terá um mínimo de 9 e um máximo de 16 altitudes vizinhas usadas no seu cálculo, dependendo do tipo de quadrícula que ocupar.

FIGURA B.1 – TIPOS DE QUADRÍCULAS PARA PROCESSO DE INTERPOLAÇÃO



FONTE: Adaptado de DOYTSHER e HALL, 1997, p. 1016)

Um ponto a ter a altitude a determinar pertencente a uma quadrícula do tipo 1 faz uso das altitudes de 16 pontos vizinhos no cálculo de seu valor de altitude. Se o ponto

ocupar uma quadrícula dos tipos 2, 3, 4 ou 5 são usados 12 altitudes conhecidas, e se o ponto ocupar uma posição de canto são usadas 9 altitudes conhecidas. É utilizada uma matriz de 4 linhas por 4 colunas com valores de altitude dos pontos vizinhos, denominada matriz de altitudes auxiliar. Esta matriz é completa apenas quando o ponto a interpolar estiver contido numa quadrícula tipo 1, ou seja, a matriz tem 16 altitudes para ser usadas no cálculo da altitude. Para um ponto a interpolar contido numa das quadrículas 2, 3, 4 ou 5 a matriz de altitudes auxiliar terá primeira ou a última coluna nula, ou terá a primeira ou a última linha nula, isto é, são usadas 12 altitudes da malha original. E no último caso, isto é, para pontos de quadrículas de canto são usadas apenas nove altitudes para interpolar a altitude nova.

As coordenadas planimétricas do ponto a ter a altitude interpolada são normalizadas para a dimensão de uma quadrícula, isto é, tem seu valor expresso no intervalo  $0 \leq x \leq 1$  e  $0 \leq y \leq 1$ . Para isso determinam-se a menor abcissa e a menor ordenada que sejam as mais próximas da abcissa e da ordenada do ponto a interpolar. Subtrai-se a abcissa do ponto da menor abcissa e divide-se pela resolução ao longo da direção X. De forma análoga para o eixo Y.

DOYTSHER e HALL (DOYTSHER e HALL, 1997), apresentam 9 expressões para determinação do valor da altitude a interpolar, uma para cada tipo de ponto a interpolar, como expresso no esquema acima.

$$Z_1 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 F_j(x) F_i(y) H(i, j)$$

$$Z_2 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 F_j^S(x) F_i(y) H(i, j)$$

$$Z_3 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 F_j^E(x) F_i(y) H(i, j)$$

$$Z_4 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 F_j(x) F_i^S(y) H(i, j)$$

$$Z_5 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 F_j(x) F_i^E(y) H(i, j)$$

$$Z_6 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 F_j^S(x) F_i^S(y) H(i, j)$$

$$Z_7 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 F_j^S(x) F_i^E(y) H(i, j)$$

$$Z_8 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 F_j^E(x) F_i^E(y) H(i, j)$$

$$Z_9 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 F_j^E(x) F_i^S(y) H(i, j)$$

As altitudes são calculadas usando as expressões  $Z_i$ , com  $i=1, \dots, 9$ . Os elementos  $F_i$ ,  $F_j$ ,  $F_i^E$ ,  $F_j^E$ ,  $F_i^S$ ,  $F_j^S$  são dados pelas expressões:

$$F_1(t) = -0.5t + 1.0t^2 - 0.5t^3$$

$$F_2(t) = 1.0 - 2.5t^2 + 1.5t^3$$

$$F_3(t) = 0.5t + 2.0t^2 - 1.5t^3$$

$$F_4(t) = -0.5t^2 + 0.5t^3$$

$$F_1^S(t) = 0.0$$

$$F_2^S(t) = 1.0 - 1.5t + 0.5t^2$$

$$F_3^S(t) = 2.0t - 1.0t^2$$

$$F_4^S(t) = -0.5t + 0.5t^2$$

$$F_1^E(t) = -0.5t + 0.5t^2$$

$$F_2^E(t) = 1.0 - 1.0t^2$$

$$F_3^E(t) = 0.5t + 0.5t^2$$

$$F_4^E(t) = 0.0$$

O argumento  $t$  das funções são as coordenadas normalizadas do ponto a ter a altitude interpolada, isto é, são as coordenadas  $x$  e  $y$ .

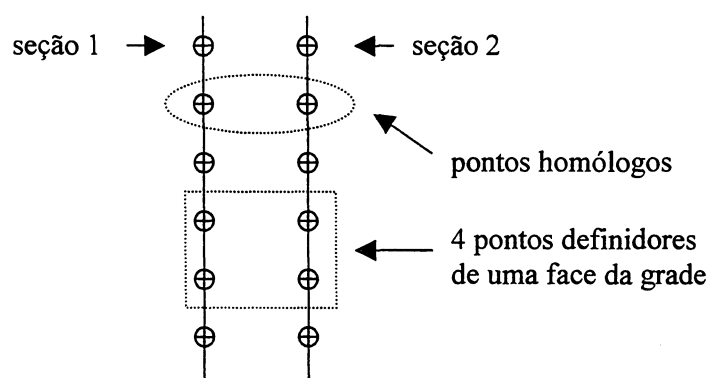
## **APÊNDICE C**

**Cálculo Da Declividade De Uma Face Da  
Representação Da Superfície Topográfica  
Por Meio De Uma Grade Retangular**



A declividade de cada face da grade retangular regular é calculada a partir das coordenadas dos quatro pontos formadores de cada face que são extraídas dos pontos homólogos de duas seções verticais do terreno (Fig. C.1). Quanto menor for o valor da declividade mais próximo da horizontal estará a face da malha, ou mais próximo vertical estará a normal à face.

FIGURA C.1 - PONTOS HOMÓLOGOS DEFINIDORES DE UMA FACE DA GRADE RETANGULAR REGULAR



O cálculo da declividade é realizado para cada face, isto é, para cada quatro pontos da malha do MDT. Para um conjunto de 4 pontos KLMN, (Fig. C.2), são calculados 4 conjuntos de coeficientes da equação do plano, um conjunto para cada plano possível. Os conjuntos de coeficientes serão iguais quando os quatro pontos forem coplanares, e haverá uma única normal para o plano ou um único valor para a inclinação. Caso contrário, isto é, quando os 4 pontos não forem coplanares, haverá quatro conjuntos de coeficientes, e nesse caso o valor da normal é calculado usando a média dos coeficientes dos quatro planos possíveis.

A equação geral do plano

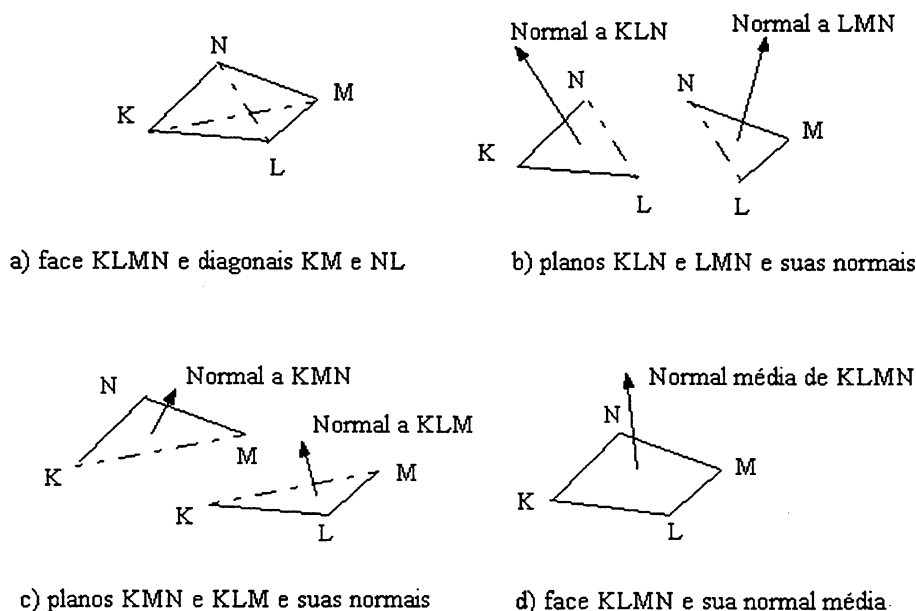
$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

tem seus coeficientes A, B, C e D determinados pelas expressões:

$$A = \begin{vmatrix} (y_2 - y_1) & (z_2 - z_1) \\ (y_3 - y_1) & (z_3 - z_1) \end{vmatrix}, B = \begin{vmatrix} (z_2 - z_1) & (x_2 - x_1) \\ (z_3 - z_1) & (x_3 - x_1) \end{vmatrix}, C = \begin{vmatrix} (x_2 - x_1) & (y_2 - y_1) \\ (x_3 - x_1) & (y_3 - y_1) \end{vmatrix}, \text{ e}$$

$$D = -(A x_1 + B y_1 + C z_1).$$

FIGURA C.2 - VISUALIZAÇÃO DA FACE KLMN (A), DE SEUS PLANOS E NORMAIS (B) E (C) E DA NORMAL À FACE RESULTANTE (D).



Nestas expressões os sub-índices de  $x$ ,  $y$  e  $z$  indicam os três pontos usados no cálculo.

Cada face do MDT tem quatro pontos e são calculados quatro valores para cada um dos coeficientes ( $A_1, A_2, A_3, A_4$ ), assim tem-se para o primeiro coeficiente um valor médio  $A_m$  dos quatro valores calculados para os quatro planos. Para os coeficientes restantes ocorre o mesmo, ou seja, são calculados  $B_m$  e  $C_m$ . Os cossenos diretores da normal média ao plano são calculados por:

$$\alpha = \frac{A_m}{\sqrt{A_m^2 + B_m^2 + C_m^2}} ; \quad \beta = \frac{B_m}{\sqrt{A_m^2 + B_m^2 + C_m^2}} ; \quad \text{e} \quad \gamma = \frac{C_m}{\sqrt{A_m^2 + B_m^2 + C_m^2}},$$

A variável  $\gamma$  representa o ângulo que a normal média à face forma com o plano horizontal, isto é a inclinação entre a normal média ao plano e o plano XY.

## **APÊNDICE D**

D1. Resultados dos Testes Com A Grades Totais Com Resoluções  
100m, 150m, 200m, 250m, 500m, 750m e 1000m

D2. Resultados dos Testes Do Quadrante *NE* Com Grade De  
Resolução *100m*

# D1. Resultados dos Testes Com A Grades Totais Com Resoluções 100m, 150m, 200m, 250m, 500m, 750m e 1000m

A título de exemplo de resposta de processamento com a TMC são apresentados os dados resultantes de cada um dos testes realizados com a grade retangular regular de resoluções *100m* com as tolerâncias *10m, 20m, 30m, 40m, 60m e 80m*, tal como são realizados pelo programa de cálculo.

## a) grade total com resolução *100m*

g:\firk\Generalização\matlab\General\kitentropiafinal\100r0gh

Tolerância = 10.0

Decliv.média = 19.7%

Desvio-padrão = 19.5

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
219	219	47532	210	5600024.910	10.0	7.77479	8.53910	0.86334	7.67576
199	199	39280	122	5088607.110	10.0	7.63662	8.14432	0.58432	7.56000
195	195	37719	111	4986323.550	10.0	7.60733	8.07927	0.54515	7.53411
243	243	58601	205	5600024.910	10.0	7.92481	8.61717	0.77824	7.83892
235	235	54804	186	5415661.950	10.0	7.87652	8.51002	0.72496	7.78506

Tolerância = 20.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
219	219	46976	766	5600024.910	20.0	7.77479	10.05971	2.58208	7.47763
140	140	19232	228	3579924.600	20.0	7.12928	8.30870	1.45778	6.85092
121	121	14387	133	3094077.690	20.0	6.91886	7.80105	1.09435	6.70670
116	116	13223	117	2966223.240	20.0	6.85798	7.68443	1.02566	6.65878
115	115	12995	115	2940652.350	20.0	6.84549	7.66604	1.01910	6.64693
243	243	58121	685	5600024.910	20.0	7.92481	10.23603	2.43432	7.80172
128	128	16096	160	2949807.360	20.0	7.00000	7.89051	1.15338	6.73713
110	110	11881	109	2534990.700	20.0	6.78136	7.45314	0.91764	6.53550

Tolerância = 30.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
219	221	46350	1390	5600024.910	30.0	7.77479	11.06353	3.88207	7.18146
111	111	11873	337	2838368.790	30.0	6.79442	8.46693	2.31136	6.15557
75	75	5434	116	1917816.750	30.0	6.22882	7.12854	1.35676	5.77178
64	64	3962	70	1636536.960	30.0	6.00000	6.66610	1.02286	5.64324
61	61	3599	61	1559824.290	30.0	5.93074	6.52034	0.93467	5.58567
243	243	57352	1454	5600024.910	30.0	7.92481	11.40073	3.98573	7.41500
123	123	14665	341	2834580.510	30.0	6.94251	8.68006	2.29873	6.38132
70	70	4738	92	1613175.900	30.0	6.12928	6.88072	1.18052	5.70020
58	58	3248	58	1336631.460	30.0	5.85798	6.41001	0.91784	5.49217
57	57	3136	56	1313586.090	30.0	5.83289	6.37034	0.90009	5.47025

Tolerância = 40.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
219	234	45649	2078	5600024.910	40.0	7.77479	11.68890	4.91517	6.77373
111	113	11698	510	2838368.790	40.0	6.79442	9.04728	3.18342	5.86386
64	65	3894	137	1636536.960	40.0	6.00000	7.14075	1.81664	5.32411
50	51	2391	58	1278544.500	40.0	5.64386	6.32666	1.12354	5.20312
46	47	2023	46	1176260.940	40.0	5.52356	6.11859	0.99455	5.12404

45	46	1935	44	1150690.050	40.0	5.49185	6.07112	0.97499	5.09613
243	247	56427	2375	5600024.910	40.0	7.92481	12.08929	5.23896	6.85033
123	123	14423	583	2834580.510	40.0	6.94251	9.41085	3.39955	6.01131
63	63	3775	131	1451858.310	40.0	5.97728	7.07394	1.79436	5.27958
41	41	1591	49	944860.170	40.0	5.35755	5.93588	1.08909	4.84679
37	37	1293	39	852678.690	40.0	5.20945	5.70462	0.96798	4.73664
35	35	1155	35	806587.950	40.0	5.12928	5.58813	0.91734	4.67079
Tolerância = 60.0									
Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
219	279	44310	3372	5600024.910	60.0	7.77479	12.32260	6.34853	5.97407
111	114	11347	860	2838368.790	60.0	6.79442	9.82000	4.49030	5.32970
57	59	2977	213	1457540.730	60.0	5.83289	7.49138	2.83247	4.65891
33	34	993	62	843839.370	60.0	5.04439	5.87998	1.66612	4.21387
25	26	569	30	639272.250	60.0	4.64386	5.14307	1.11328	4.02979
23	24	482	23	588130.470	60.0	4.52356	4.95492	0.97158	3.98334
22	23	440	21	562559.580	60.0	4.45943	4.87307	0.94156	3.93150
243	286	54491	4272	5600024.910	60.0	7.92481	12.74982	6.92010	5.82972
123	124	13937	1068	2834580.510	60.0	6.94251	10.26340	4.94658	5.31682
63	63	3646	260	1451858.310	60.0	5.97728	7.84706	3.13144	4.71562
33	33	994	62	760497.210	60.0	5.04439	5.87906	1.68762	4.19144
23	23	481	25	530043.510	60.0	4.52356	4.97547	1.03198	3.94349
20	20	360	20	460907.400	60.0	4.32193	4.70153	0.93427	3.76725
19	19	324	18	437862.030	60.0	4.24793	4.60804	0.89911	3.70893
Tolerância = 80.0									
Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
219	365	43135	4461	5600024.910	80.0	7.77479	12.62822	7.30078	5.32744
111	125	11055	1141	2838368.790	80.0	6.79442	10.24133	5.33737	4.90396
57	60	2898	291	1457540.730	80.0	5.83289	7.90706	3.60046	4.30660
32	35	916	73	818268.480	80.0	5.00000	6.06840	2.08841	3.97999
23	24	476	29	588130.470	80.0	4.52356	5.10753	1.27302	3.83451
20	21	356	23	511417.800	80.0	4.32193	4.83053	1.17694	3.65359
18	19	286	19	460276.020	80.0	4.16993	4.63758	1.11923	3.51835
17	18	254	17	434705.130	80.0	4.08746	4.54040	1.09961	3.44078
16	17	224	15	409134.240	80.0	4.00000	4.43652	1.07335	3.36317
243	376	52750	5923	5600024.910	80.0	7.92481	13.04707	7.96234	5.08473
123	129	13507	1493	2834580.510	80.0	6.94251	10.68765	5.92131	4.76634
63	63	3536	370	1451858.310	80.0	5.97728	8.31897	4.00941	4.30957
33	33	970	86	760497.210	80.0	5.04439	6.19913	2.28937	3.90976
18	18	282	24	414816.660	80.0	4.16993	4.66044	1.26587	3.39457
15	15	193	17	345680.550	80.0	3.90689	4.30267	1.10183	3.20084
13	13	142	14	299589.810	80.0	3.70044	4.06122	1.07594	2.98528
12	12	120	12	276544.440	80.0	3.58496	3.90910	1.00673	2.90237

## b) grade total com resolução 150m

g:\firk\Generalização\matlab\General\kitentropiafinal\150r0gh

Tolerância = 10.0

Decliv.média = 18.7%

Desvio-padrão = 18.3

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
147	147	21391	71	3803569.140	10.0	7.19967	7.52545	0.42239	7.10306
141	141	19692	48	3648321.420	10.0	7.13955	7.36395	0.29836	7.06559
163	163	26363	43	3803569.140	10.0	7.34873	7.51218	0.21852	7.29366
163	163	26363	43	3803569.140	10.0	7.34873	7.51218	0.21852	7.29366

Tolerância = 20.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
147	147	21137	325	3803569.140	20.0	7.19967	8.57689	1.76050	6.81639
109	109	11650	122	2820333.580	20.0	6.76818	7.48268	0.99204	6.49064
103	103	10410	96	2665085.860	20.0	6.68650	7.29543	0.85191	6.44352
101	101	10009	91	2613336.620	20.0	6.65821	7.24428	0.82451	6.41977
163	163	26135	271	3803569.140	20.0	7.34873	8.64783	1.53733	7.11050
115	115	12993	117	2683499.700	20.0	6.84549	7.55550	0.95393	6.60157
113	113	12544	112	2636830.140	20.0	6.82018	7.50961	0.93041	6.57920

Tolerância = 30.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
147	147	20875	587	3803569.140	30.0	7.19967	9.44680	2.86715	6.57965
88	88	7498	158	2276966.560	30.0	6.45943	7.57299	1.57930	5.99369
70	70	4749	81	1811223.400	30.0	6.12928	6.88343	1.11206	5.77137
65	65	4094	66	1681850.300	30.0	6.02237	6.68462	0.99010	5.69452
64	64	3968	64	1655975.680	30.0	6.00000	6.64179	0.97069	5.67110
163	163	25780	626	3803569.140	30.0	7.34873	9.74477	2.95447	6.79030
85	85	6995	145	1983456.300	30.0	6.40939	7.42214	1.50008	5.92206
62	62	3711	71	1446756.360	30.0	5.95420	6.56952	1.02364	5.54588
57	57	3136	56	1330082.460	30.0	5.83289	6.36662	0.90088	5.46573

Tolerância = 40.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
147	148	20557	904	3803569.140	40.0	7.19967	10.09821	3.84654	6.25167
76	76	5478	222	1966471.120	40.0	6.24793	7.70775	2.27114	5.43661
54	54	2779	83	1397229.480	40.0	5.75489	6.58047	1.37651	5.20396
45	45	1933	47	1164357.900	40.0	5.49185	6.06093	0.98720	5.07373
44	44	1848	44	1138483.280	40.0	5.45943	6.00190	0.94756	5.05433
163	163	25358	1048	3803569.140	40.0	7.34873	10.49921	4.14306	6.35615
83	83	6549	257	1936786.740	40.0	6.37504	7.97084	2.45011	5.52073
47	47	2094	68	1096734.660	40.0	5.55459	6.25891	1.28263	4.97628
38	38	1369	37	886721.640	40.0	5.24793	5.71411	0.90144	4.81266

Tolerância = 60.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
147	162	19957	1490	3803569.140	60.0	7.19967	10.84820	5.19886	5.64934
75	76	5174	375	1940596.500	60.0	6.22882	8.38100	3.44610	4.93490
42	43	1626	95	1086734.040	60.0	5.39232	6.47605	1.96985	4.50620
31	32	889	40	802113.220	60.0	4.95420	5.59443	1.24936	4.34507
27	28	673	28	698614.740	60.0	4.75489	5.26188	1.04123	4.22065
25	26	574	25	646865.500	60.0	4.64386	5.12734	1.01767	4.10967
24	25	528	23	620990.880	60.0	4.58496	5.05172	0.99047	4.06125
163	168	24517	1884	3803569.140	60.0	7.34873	11.28928	5.72398	5.56529
83	83	6338	468	1936786.740	60.0	6.37504	8.80157	3.84025	4.96132
43	43	1694	112	1003395.540	60.0	5.42626	6.61128	2.20023	4.41105
24	24	521	31	560034.720	60.0	4.58496	5.11352	1.20485	3.90868
20	20	359	21	466695.600	60.0	4.32193	4.69372	0.95462	3.73909
19	19	323	19	443360.820	60.0	4.24793	4.60217	0.92448	3.67769

Tolerância = 80.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
147	188	19433	1988	3803569.140	80.0	7.19967	11.23083	6.10143	5.12940
75	77	5048	500	1940596.500	80.0	6.22882	8.81942	4.22298	4.59644
39	40	1352	129	1009110.180	80.0	5.28540	6.66663	2.64613	4.02050
24	25	513	38	620990.880	80.0	4.58496	5.24958	1.48830	3.76129
19	20	321	20	491617.780	80.0	4.24793	4.66553	1.03504	3.63050
17	18	255	16	439868.540	80.0	4.08746	4.45643	0.95096	3.50546
163	194	23745	2630	3803569.140	80.0	7.34873	11.66764	6.74260	4.92504
83	83	6147	659	1936786.740	80.0	6.37504	9.27850	4.76491	4.51359
43	43	1645	161	1003395.540	80.0	5.42626	7.01293	2.96648	4.04645

23	23	464	42	536699.940	80.0	4.52356	5.22723	1.64167	3.58556
15	15	193	17	350021.700	80.0	3.90689	4.25134	1.03050	3.22084
13	13	141	15	303352.140	80.0	3.70044	4.01458	1.03281	2.98177
12	12	119	13	280017.360	80.0	3.58496	3.87089	0.98291	2.88798
11	11	99	11	256682.580	80.0	3.45943	3.71128	0.91134	2.79994

### c) grade total com resolução 200m

g:\firk\Generalização\matlab\General\kitentropiafinal\200r0gh

Tolerância = 10.0

Decliv.média = 17.9%

Desvio-padrão = 17.3

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
111	111	12186	24	2907645.000	10.0	6.79442	6.93000	0.19093	6.73907
107	107	11328	14	2802865.000	10.0	6.74147	6.81869	0.11278	6.70591
124	124	15247	5	2907645.000	10.0	6.95420	6.97838	0.03415	6.94423
124	124	15247	5	2907645.000	10.0	6.95420	6.97838	0.03415	6.94423

Tolerância = 20.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
111	111	12054	156	2907645.000	20.0	6.79442	7.61522	1.14885	6.46637
90	90	7947	63	2357550.000	20.0	6.49185	6.91258	0.62022	6.29236
87	87	7431	51	2278965.000	20.0	6.44294	6.80062	0.52967	6.27095
86	86	7261	49	2252770.000	20.0	6.42626	6.77432	0.51617	6.25814
124	124	15105	147	2907645.000	20.0	6.95420	7.76521	1.07542	6.68979
106	106	11032	98	2485567.500	20.0	6.72792	7.32717	0.83934	6.48783
105	105	10824	96	2462118.750	20.0	6.71425	7.30476	0.82962	6.47515

Tolerância = 30.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
111	111	11896	314	2907645.000	30.0	6.79442	8.39054	2.19842	6.19211
78	78	5896	110	2043210.000	30.0	6.28540	7.14019	1.27396	5.86622
68	68	4481	75	1781260.000	30.0	6.08746	6.77352	1.04673	5.72679
64	64	3968	64	1676480.000	30.0	6.00000	6.60795	0.95176	5.65620
63	63	3844	62	1650285.000	30.0	5.97728	6.57033	0.93471	5.63562
124	124	14906	346	2907645.000	30.0	6.95420	8.69198	2.30476	6.38722
68	68	4464	92	1594515.000	30.0	6.08746	6.80739	1.17392	5.63348
57	57	3134	58	1336578.750	30.0	5.83289	6.35004	0.89590	5.45414
56	56	3024	56	1313130.000	30.0	5.80735	6.31443	0.88241	5.43203

Tolerância = 40.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
111	111	11705	505	2907645.000	40.0	6.79442	9.00742	3.13738	5.87004
64	64	3899	133	1676480.000	40.0	6.00000	7.12594	1.78363	5.34231
50	50	2391	59	1309750.000	40.0	5.64386	6.32577	1.13011	5.19566
46	46	2024	46	1204970.000	40.0	5.52356	6.11290	0.98856	5.12434
45	45	1936	44	1178775.000	40.0	5.49185	6.06757	0.97099	5.09658
124	124	14671	581	2907645.000	40.0	6.95420	9.40676	3.37478	6.03198
64	64	3889	143	1500720.000	40.0	6.00000	7.14850	1.88402	5.26448
39	39	1438	44	914501.250	40.0	5.28540	5.82085	1.02726	4.79359
36	36	1224	36	844155.000	40.0	5.16993	5.63390	0.91491	4.71899
35	35	1156	34	820706.250	40.0	5.12928	5.57620	0.88995	4.68625

Tolerância = 60.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
111	112	11380	829	2907645.000	60.0	6.79442	9.78623	4.41696	5.36927
58	58	3092	214	1519310.000	60.0	5.85798	7.51266	2.79410	4.71856
35	35	1125	65	916825.000	60.0	5.12928	5.99087	1.65544	4.33543
27	27	670	32	707265.000	60.0	4.75489	5.28265	1.09838	4.18427

25	25	574	26	654875.000	60.0	4.64386	5.11128	0.98771	4.12357
24	24	529	23	628680.000	60.0	4.58496	4.98944	0.89399	4.09544
124	124	14182	1070	2907645.000	60.0	6.95420	10.27039	4.94147	5.32892
64	64	3767	265	1500720.000	60.0	6.00000	7.87131	3.12314	4.74817
34	34	1057	65	797257.500	60.0	5.08746	5.93118	1.69540	4.23578
23	23	480	26	539321.250	60.0	4.52356	4.97068	1.03946	3.93122
20	20	358	22	468975.000	60.0	4.32193	4.70746	0.97758	3.72989
19	19	322	20	445526.250	60.0	4.24793	4.61841	0.95354	3.66487
18	18	288	18	422077.500	60.0	4.16993	4.51793	0.91338	3.60455
Tolerância = 80.0									
Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
111	125	11080	1116	2907645.000	80.0	6.79442	10.22741	5.28956	4.93786
58	59	3016	289	1519310.000	80.0	5.85798	7.93117	3.53766	4.39351
32	33	915	76	838240.000	80.0	5.00000	6.05143	2.07532	3.97610
23	24	470	35	602485.000	80.0	4.52356	5.16754	1.43203	3.73550
19	20	318	23	497705.000	80.0	4.24793	4.71051	1.15290	3.55761
17	18	252	19	445315.000	80.0	4.08746	4.50678	1.09287	3.41390
16	17	222	17	419120.000	80.0	4.00000	4.40295	1.07163	3.33132
15	16	194	15	392925.000	80.0	3.90689	4.29011	1.04048	3.24963
14	15	168	13	366730.000	80.0	3.80735	4.15647	0.97829	3.17818
124	131	13750	1495	2907645.000	80.0	6.95420	10.69477	5.90815	4.78662
64	64	3664	368	1500720.000	80.0	6.00000	8.33399	3.96680	4.36719
34	34	1029	93	797257.500	80.0	5.08746	6.26056	2.33228	3.92828
19	19	315	27	445526.250	80.0	4.24793	4.76883	1.31441	3.45442
16	16	219	21	375180.000	80.0	4.00000	4.43350	1.19940	3.23410
14	14	164	18	328282.500	80.0	3.80735	4.21502	1.20807	3.00695
13	13	142	14	304833.750	80.0	3.70044	4.06305	1.07627	2.98678

#### d) grade total com resolução 250m

C:\Matlab5\firk\kitentropia3\lat250r0gh

Tolerância = 10.0

Decliv.média = 17.0%

Desvio-padrão = 16.6

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
93	93	8536	20	2399160.060	10.0	6.53916	6.66108	0.18414	6.47694
90	90	7997	13	2321767.800	10.0	6.49185	6.57269	0.12384	6.44885
101	101	10097	3	2399160.060	10.0	6.65821	6.67334	0.02363	6.64971
101	101	10097	3	2399160.060	10.0	6.65821	6.67334	0.02363	6.64971

Tolerância = 20.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
93	93	8457	99	2399160.060	20.0	6.53916	7.16499	0.90785	6.25714
83	83	6752	54	2141185.860	20.0	6.37504	6.77279	0.59087	6.18192
79	79	6122	40	2037996.180	20.0	6.30378	6.61143	0.46686	6.14457
101	101	10012	88	2399160.060	20.0	6.65821	7.20432	0.77948	6.42484
93	93	8488	68	2209127.580	20.0	6.53916	6.97749	0.64927	6.32821

Tolerância = 30.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
93	93	8328	228	2399160.060	30.0	6.53916	7.85407	1.92820	5.92588
70	70	4744	86	1805819.400	30.0	6.12928	6.81761	1.09046	5.72716
63	63	3845	61	1625237.460	30.0	5.97728	6.52039	0.88369	5.63669
61	61	3604	56	1573642.620	30.0	5.93074	6.43991	0.83839	5.60153
101	101	9864	236	2399160.060	30.0	6.65821	8.04051	1.95814	6.08237
65	65	4081	79	1544013.900	30.0	6.02237	6.67382	1.07264	5.60118
56	56	3024	56	1330227.360	30.0	5.80735	6.33229	0.89977	5.43252
55	55	2916	54	1306473.300	30.0	5.78136	6.29580	0.88581	5.40999



Tolerância = 40.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
93	93	8202	354	2399160.060	40.0	6.53916	8.40234	2.76898	5.63337
57	57	3088	104	1470452.940	40.0	5.83289	6.77953	1.58426	5.19528
47	47	2108	54	1212478.740	40.0	5.55459	6.18750	1.08857	5.09892
43	43	1762	44	1109289.060	40.0	5.42626	5.96340	0.96782	4.99558
42	42	1680	42	1083491.640	40.0	5.39232	5.91437	0.94778	4.96659
101	101	9720	380	2399160.060	40.0	6.65821	8.66836	2.89215	5.77621
54	54	2764	98	1282719.240	40.0	5.75489	6.65638	1.57349	5.08289
38	38	1365	41	902654.280	40.0	5.24793	5.74626	0.97817	4.76809
36	36	1224	36	855146.160	40.0	5.16993	5.62389	0.90951	4.71439

Tolerância = 60.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
93	94	7966	589	2399160.060	60.0	6.53916	9.16636	4.00814	5.15822
48	48	2112	144	1238276.160	60.0	5.58496	6.92911	2.40140	4.52771
32	32	944	48	825517.440	60.0	5.00000	5.69893	1.39104	4.30788
26	26	621	29	670732.920	60.0	4.70044	5.18795	1.05176	4.13620
24	24	525	27	619138.080	60.0	4.58496	5.05188	1.04977	4.00211
22	22	439	23	567543.240	60.0	4.45943	4.88882	0.99324	3.89558
21	21	399	21	541745.820	60.0	4.39232	4.80579	0.96684	3.83895
101	102	9378	721	2399160.060	60.0	6.65821	9.56154	4.45618	5.10536
52	52	2479	173	1235211.120	60.0	5.70044	7.21462	2.66861	4.54601
29	29	765	47	688867.740	60.0	4.85798	5.55611	1.47611	4.08000
22	22	436	26	522589.320	60.0	4.45943	4.91087	1.09369	3.81718
20	20	359	21	475081.200	60.0	4.32193	4.70291	0.97142	3.73148
19	19	322	20	451327.140	60.0	4.24793	4.61733	0.96803	3.64930
18	18	288	18	427573.080	60.0	4.16993	4.51382	0.92335	3.59047

Tolerância = 80.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
93	98	7778	773	2399160.060	80.0	6.53916	9.58428	4.77808	4.80620
48	49	2052	203	1238276.160	80.0	5.58496	7.31928	3.15255	4.16673
28	28	692	64	722327.760	80.0	4.80735	5.72253	1.97656	3.74597
20	20	352	28	515948.400	80.0	4.32193	4.83292	1.26919	3.56372
17	17	252	20	438556.140	80.0	4.08746	4.49478	1.08153	3.41325
16	16	222	18	412758.720	80.0	4.00000	4.38351	1.04581	3.33770
15	15	194	16	386961.300	80.0	3.90689	4.26807	1.00991	3.25816
14	14	168	14	361163.880	80.0	3.80735	4.14798	0.97285	3.17513
101	103	9063	1035	2399160.060	80.0	6.65821	10.00961	5.43787	4.57175
52	52	2402	250	1235211.120	80.0	5.70044	7.65969	3.52103	4.13866
27	27	641	61	641359.620	80.0	4.75489	5.65028	1.96724	3.68305
16	16	218	22	380064.960	80.0	4.00000	4.40104	1.18681	3.21423
14	14	166	16	332556.840	80.0	3.80735	4.12506	1.01149	3.11357
13	13	142	14	308802.780	80.0	3.70044	3.98977	0.96226	3.02751
12	12	120	12	285048.720	80.0	3.58496	3.84743	0.90927	2.93816

## e) grade total com resolução 500m

C:\Matlab5\firk\kitentropia3\lat500r0gh

Tolerância = 10.0

Decliv.média = 14.2%

Desvio-padrão = 14.2

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
48	48	2255	1	1276375.680	10.0	5.58496	5.59348	0.01674	5.57675
48	48	2255	1	1276375.680	10.0	5.58496	5.59348	0.01674	5.57675
53	53	2756	0	1276375.680	10.0	5.72792	5.72792	0.00000	5.72792
53	53	2756	0	1276375.680	10.0	5.72792	5.72792	0.00000	5.72792

Tolerância = 20.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
48	48	2242	14	1276375.680	20.0	5.58496	5.72867	0.25832	5.47035
46	46	2063	7	1223193.360	20.0	5.52356	5.59454	0.13375	5.46079
53	53	2749	7	1276375.680	20.0	5.72792	5.78790	0.11083	5.67706
53	53	2749	7	1276375.680	20.0	5.72792	5.78790	0.11083	5.67706

Tolerância = 30.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
48	48	2212	44	1276375.680	30.0	5.58496	6.01764	0.78731	5.23033
43	43	1779	27	1143419.880	30.0	5.42626	5.72157	0.55797	5.16361
42	42	1699	23	1116828.720	30.0	5.39232	5.65484	0.49611	5.15872
41	41	1619	21	1090237.560	30.0	5.35755	5.59711	0.46032	5.13679
53	53	2709	47	1276375.680	30.0	5.72792	6.15051	0.76046	5.39005
47	47	2130	32	1131880.320	30.0	5.55459	5.86536	0.58541	5.27995
45	45	1952	28	1083715.200	30.0	5.49185	5.77296	0.53690	5.23605

Tolerância = 40.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
48	48	2190	66	1276375.680	40.0	5.58496	6.26395	1.20180	5.06215
39	39	1450	32	1037055.240	40.0	5.28540	5.68581	0.75664	4.92917
37	37	1306	26	983872.920	40.0	5.20945	5.54421	0.64896	4.89525
36	36	1236	24	957281.760	40.0	5.16993	5.48526	0.61649	4.86877
53	53	2665	91	1276375.680	40.0	5.72792	6.58040	1.48565	5.09475
40	40	1516	44	963302.400	40.0	5.32193	5.84207	0.99157	4.85050
35	35	1158	32	842889.600	40.0	5.12928	5.53922	0.82854	4.71068
33	33	1028	28	794724.480	40.0	5.04439	5.42016	0.77406	4.64609

Tolerância = 60.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
48	48	2125	131	1276375.680	60.0	5.58496	6.83676	2.22671	4.61005
31	31	890	40	824325.960	60.0	4.95420	5.56807	1.21867	4.34939
25	25	577	23	664779.000	60.0	4.64386	5.04786	0.87694	4.17093
24	24	530	22	638187.840	60.0	4.58496	4.97122	0.86220	4.10902
23	23	486	20	611596.680	60.0	4.52356	4.88330	0.81684	4.06647
53	53	2579	177	1276375.680	60.0	5.72792	7.25745	2.66821	4.58924
28	28	712	44	674311.680	60.0	4.80735	5.43331	1.38973	4.04359
22	22	438	24	529816.320	60.0	4.45943	4.86394	0.99816	3.86578
20	20	359	21	481651.200	60.0	4.32193	4.67854	0.93768	3.74087
19	19	323	19	457568.640	60.0	4.24793	4.58435	0.90325	3.68110
18	18	289	17	433486.080	60.0	4.16993	4.48735	0.86791	3.61944

Tolerância = 80.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
48	48	2065	191	1276375.680	80.0	5.58496	7.26939	3.04817	4.22122
27	27	648	54	717961.320	80.0	4.75489	5.56380	1.75611	3.80769
20	20	351	29	531823.200	80.0	4.32193	4.82884	1.27859	3.55025
17	17	252	20	452049.720	80.0	4.08746	4.47367	1.04781	3.42586
15	15	194	16	398867.400	80.0	3.90689	4.26050	0.99826	3.26224
14	14	168	14	372276.240	80.0	3.80735	4.13888	0.95736	3.18151
53	53	2492	264	1276375.680	80.0	5.72792	7.72988	3.59019	4.13969
28	28	688	68	674311.680	80.0	4.80735	5.74613	2.07676	3.66938
17	17	250	22	409403.520	80.0	4.08746	4.51665	1.19522	3.32143
14	14	167	15	337155.840	80.0	3.80735	4.13342	1.01050	3.12292
13	13	141	15	313073.280	80.0	3.70044	4.01889	1.05372	2.96517
12	12	119	13	288990.720	80.0	3.58496	3.87646	1.00634	2.87012
11	11	100	10	264908.160	80.0	3.45943	3.71154	0.89383	2.81771

## f) grade total com resolução 750m

C:\Matlab5\firk\kitentropia3\lat750r0gh

Tolerância = 10.0

Decliv.média = 12.8%

Desvio-padrão = 13.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
35	35	1190	0	958145.300	10.0	5.12928	5.12928	0.00000	5.12928
35	35	1190	0	958145.300	10.0	5.12928	5.12928	0.00000	5.12928
38	38	1406	0	958145.300	10.0	5.24793	5.24793	0.00000	5.24793
38	38	1406	0	958145.300	10.0	5.24793	5.24793	0.00000	5.24793

Tolerância = 20.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
35	35	1186	4	958145.300	20.0	5.12928	5.18556	0.11008	5.07547
35	35	1186	4	958145.300	20.0	5.12928	5.18556	0.11008	5.07547
38	38	1405	1	958145.300	20.0	5.24793	5.25778	0.02112	5.23666
38	38	1405	1	958145.300	20.0	5.24793	5.25778	0.02112	5.23666

Tolerância = 30.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
35	35	1172	18	958145.300	30.0	5.12928	5.34009	0.43984	4.90024
34	34	1108	14	930769.720	30.0	5.08746	5.25515	0.35471	4.90044
33	33	1044	12	903394.140	30.0	5.04439	5.18816	0.31019	4.87798
38	38	1392	14	958145.300	30.0	5.24793	5.41431	0.32935	5.08496
37	37	1320	12	932930.950	30.0	5.20945	5.35783	0.29388	5.06396

Tolerância = 40.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
35	35	1159	31	958145.300	40.0	5.12928	5.49619	0.75671	4.73948
32	32	973	19	876018.560	40.0	5.00000	5.25060	0.52683	4.72377
31	31	911	19	848642.980	40.0	4.95420	5.19256	0.52372	4.66884
30	30	854	16	821267.400	40.0	4.90689	5.11874	0.46605	4.65269
29	29	798	14	793891.820	40.0	4.85798	5.05141	0.42753	4.62388
38	38	1363	43	958145.300	40.0	5.24793	5.74440	0.98412	4.76028
32	32	969	23	806859.200	40.0	5.00000	5.31212	0.65482	4.65730
31	31	909	21	781644.850	40.0	4.95420	5.24224	0.61418	4.62806
30	30	851	19	756430.500	40.0	4.90689	5.17111	0.57303	4.59808

Tolerância = 60.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
35	35	1130	60	958145.300	60.0	5.12928	5.88685	1.50042	4.38643
26	26	627	23	711765.080	60.0	4.70044	5.07722	0.82320	4.25401
25	25	580	20	684389.500	60.0	4.64386	4.97754	0.74460	4.23293
24	24	534	18	657013.920	60.0	4.58496	4.88461	0.69003	4.19458
23	23	490	16	629638.340	60.0	4.52356	4.79089	0.63297	4.15792
38	38	1324	82	958145.300	60.0	5.24793	6.20288	1.85285	4.35003
23	23	479	27	579930.050	60.0	4.52356	4.93071	1.01169	3.91902
21	21	399	21	529501.350	60.0	4.39232	4.73122	0.87738	3.85384
20	20	361	19	504287.000	60.0	4.32193	4.64128	0.84448	3.79680
19	19	325	17	479072.650	60.0	4.24793	4.54509	0.80315	3.74194
18	18	291	15	453858.300	60.0	4.16993	4.43134	0.73737	3.69397

Tolerância = 80.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
35	35	1105	85	958145.300	80.0	5.12928	6.21541	2.11996	4.09545
22	22	437	25	602262.760	80.0	4.45943	4.94725	1.10950	3.83774
19	19	323	19	520136.020	80.0	4.24793	4.64450	0.97213	3.67237
17	17	256	16	465384.860	80.0	4.08746	4.42722	0.89618	3.53105
16	16	226	14	438009.280	80.0	4.00000	4.31116	0.84099	3.47017

38	38	1279	127	958145.300	80.0	5.24793	6.61820	2.69359	3.92461
20	20	349	31	504287.000	80.0	4.32193	4.85618	1.38800	3.46818
15	15	193	17	378215.250	80.0	3.90689	4.23743	1.02203	3.21541
12	12	119	13	302572.200	80.0	3.58496	3.83896	0.93862	2.90033
10	10	82	8	252143.500	80.0	3.32193	3.49386	0.71100	2.78286

g) grade total com resolução 1000m

C:\Matlab5\firk\kitentropia3\lat1000r0gh

Tolerância = 10.0

Decliv.média = 11.6%

Desvio-padrão = 11.6

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
25	25	600	0	677308.500	10.0	4.64386	4.64386	0.00000	4.64386
25	25	600	0	677308.500	10.0	4.64386	4.64386	0.00000	4.64386
27	27	702	0	677308.500	10.0	4.75489	4.75489	0.00000	4.75489
27	27	702	0	677308.500	10.0	4.75489	4.75489	0.00000	4.75489

Tolerância = 20.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
25	25	598	2	677308.500	20.0	4.64386	4.67209	0.06906	4.60303
25	25	598	2	677308.500	20.0	4.64386	4.67209	0.06906	4.60303
27	27	702	0	677308.500	20.0	4.75489	4.75489	0.00000	4.75489
27	27	702	0	677308.500	20.0	4.75489	4.75489	0.00000	4.75489

Tolerância = 30.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
25	25	593	7	677308.500	30.0	4.64386	4.74752	0.24756	4.49996
24	24	547	5	650216.160	30.0	4.58496	4.65644	0.17852	4.47792
27	27	696	6	677308.500	30.0	4.75489	4.83488	0.19002	4.64485
27	27	696	6	677308.500	30.0	4.75489	4.83488	0.19002	4.64485

Tolerância = 40.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
25	25	583	17	677308.500	40.0	4.64386	4.88790	0.58865	4.29925
23	23	495	11	623123.820	40.0	4.52356	4.68754	0.41563	4.27191
22	22	453	9	596031.480	40.0	4.45943	4.60104	0.36223	4.23880
27	27	690	12	677308.500	40.0	4.75489	4.93363	0.40403	4.52960
26	26	640	10	652223.000	40.0	4.70044	4.85418	0.35176	4.50242

Tolerância = 60.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
25	25	573	27	677308.500	60.0	4.64386	5.08704	0.99710	4.08994
20	20	367	13	541846.800	60.0	4.32193	4.55519	0.59990	3.95529
19	19	330	12	514754.460	60.0	4.24793	4.46420	0.57654	3.88766
18	18	297	9	487662.120	60.0	4.16993	4.33532	0.45593	3.87939
27	27	668	34	677308.500	60.0	4.75489	5.28920	1.17137	4.11782
21	21	400	20	526795.500	60.0	4.39232	4.73412	0.86880	3.86532
19	19	326	16	476624.500	60.0	4.24793	4.54081	0.77926	3.76154

Tolerância = 80.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
25	25	558	42	677308.500	80.0	4.64386	5.33755	1.53384	3.80371
17	17	254	18	460569.780	80.0	4.08746	4.42349	0.93030	3.49319
15	15	196	14	406385.100	80.0	3.90689	4.17580	0.81629	3.35951
13	13	145	11	352200.420	80.0	3.70044	3.92819	0.74584	3.18236
12	12	123	9	325108.080	80.0	3.58496	3.78746	0.68288	3.10458
27	27	647	55	677308.500	80.0	4.75489	5.62140	1.86217	3.75923

19	19	315	27	476624.500	80.0	4.24793	4.73273	1.28345	3.44929
15	15	189	21	376282.500	80.0	3.90689	4.29657	1.21829	3.07828
13	13	141	15	326111.500	80.0	3.70044	4.01942	1.05844	2.96098
12	12	119	13	301026.000	80.0	3.58496	3.87702	1.01323	2.86379
11	11	100	10	275940.500	80.0	3.45943	3.70768	0.88799	2.81969

## D2. Resultados dos Testes Do Quadrante *NE* Com Grade De Resolução *100m*

A título de exemplo, os dados resultantes dos testes realizados com a grade retangular regular do Quadrante *NE* de resolução *100m* com as tolerâncias *10m*, *20m*, *30m*, *40m*, *60m* e *80m*, tal como são realizados pelo programa de cálculo.

g:\firk\Generalização\matlab\General\kitentropiafinal\100ne

Tolerância = 10.0

Decliv.média = 28.1%

Desvio-padrão = 22.2

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
110	110	11940	50	1423761.900	10.0	6.78136	7.07341	0.40800	6.66541
110	110	11940	50	1423761.900	10.0	6.78136	7.07341	0.40800	6.66541
123	123	14954	52	1423761.900	10.0	6.94251	7.25406	0.39999	6.85407
118	118	13768	38	1365885.400	10.0	6.88264	7.10648	0.30096	6.80552

Tolerância = 20.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
110	110	11808	182	1423761.900	20.0	6.78136	8.12954	1.62145	6.50809
79	79	6080	82	1022519.910	20.0	6.30378	7.00401	1.00137	6.00264
77	77	5776	76	996633.330	20.0	6.26679	6.92276	0.95012	5.97264
123	123	14797	209	1423761.900	20.0	6.94251	8.32527	1.61559	6.70968
95	95	8834	96	1099653.500	20.0	6.56986	7.33750	1.01544	6.32206
91	91	8107	83	1053352.300	20.0	6.50779	7.20487	0.93115	6.27373

Tolerância = 30.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
110	110	11666	324	1423761.900	30.0	6.78136	8.93725	2.59081	6.34644
66	66	4196	94	854257.140	30.0	6.04439	7.07772	1.44410	5.63362
54	54	2808	54	698937.660	30.0	5.75489	6.47499	1.06497	5.41002
123	124	14641	364	1423761.900	30.0	6.94251	9.20923	2.59564	6.61358
71	71	4870	100	821846.300	30.0	6.14975	7.15598	1.38983	5.76615
59	59	3362	60	682942.700	30.0	5.88264	6.57199	1.03106	5.54093
57	57	3136	56	659792.100	30.0	5.83289	6.49699	1.00084	5.49616

Tolerância = 40.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
110	114	11493	493	1423761.900	40.0	6.78136	9.54562	3.44583	6.09979
57	59	3072	118	737767.530	40.0	5.83289	7.13240	1.94920	5.18320
39	40	1436	45	504788.310	40.0	5.28540	5.94127	1.14542	4.79585
36	37	1223	36	465958.440	40.0	5.16993	5.72426	1.00750	4.71676
35	36	1155	34	453015.150	40.0	5.12928	5.67166	0.98958	4.68207
123	126	14458	545	1423761.900	40.0	6.94251	9.79113	3.41287	6.37826
64	64	3898	134	740819.200	40.0	6.00000	7.35431	1.92501	5.42930
46	46	2019	51	532463.800	40.0	5.52356	6.24083	1.14364	5.09719
42	42	1678	44	486162.600	40.0	5.39232	6.03225	1.07094	4.96131
41	41	1599	41	474587.300	40.0	5.35755	5.98333	1.04392	4.93941
40	40	1521	39	463012.000	40.0	5.32193	5.92545	1.01742	4.90804

Tolerância = 60.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HYX	R
110	130	11097	873	1423761.900	60.0	6.78136	10.20315	4.80918	5.39397
57	59	2962	228	737767.530	60.0	5.83289	7.83079	3.14714	4.68365
32	33	929	62	414185.280	60.0	5.00000	5.96971	1.82125	4.14846
24	25	522	29	310638.960	60.0	4.58496	5.17285	1.22916	3.94368
21	22	398	21	271809.090	60.0	4.39232	4.87511	1.05994	3.81518
20	21	360	19	258865.800	60.0	4.32193	4.77805	1.01696	3.76109

123	166	14036	927	1423761.900	60.0	6.94251	10.47639	4.76145	5.71494
63	64	3669	236	729243.900	60.0	5.97728	8.03305	3.02434	5.00872
34	34	1064	58	393560.200	60.0	5.08746	5.98186	1.63895	4.34291
27	27	674	28	312533.100	60.0	4.75489	5.30380	1.09121	4.21259
26	26	625	25	300957.800	60.0	4.70044	5.20469	1.01669	4.18800

Tolerância = 80.0

Colun	unz	zeros	nunz	comprim	tol	Hx	Hy	HXX	R
110	172	10690	1238	1423761.900	80.0	6.78136	10.54861	5.84506	4.70355
57	62	2865	322	737767.530	80.0	5.83289	8.27480	4.00646	4.26834
30	31	782	87	388298.700	80.0	4.90689	6.17517	2.53069	3.64448
18	19	280	25	232979.220	80.0	4.16993	4.74919	1.41943	3.32976
14	15	168	13	181206.060	80.0	3.80735	4.16685	0.99347	3.17339
123	212	13527	1390	1423761.900	80.0	6.94251	10.84892	5.89088	4.95804
63	74	3533	362	729243.900	80.0	5.97728	8.52025	4.04581	4.47444
33	33	962	94	381984.900	80.0	5.04439	6.36545	2.47979	3.88566
20	20	351	29	231506.000	80.0	4.32193	4.94629	1.42971	3.51657
16	16	221	19	185204.800	80.0	4.00000	4.48025	1.20426	3.27599
13	13	143	13	150478.900	80.0	3.70044	4.06414	1.02032	3.04383